621.395
К 67

Ю.Н.КОРНЫШЕВ
Г.Л.ФАНЬ

ТЕОРИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

ТЕОРИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

621.395
К67

Ю.Н.КОРНЫШЕВ
Г.Л.ФАНЬ

ТЕОРИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Допущено Министерством связи СССР в качестве учебного пособия для студентов электротехнических институтов связи специальности 0702

2025
2025
2013
ПЕРЕВІРЕНО

Москва
«Радио и связь»
1985

621.395(075.8)
К

ББК 32.882
К67
УДК 621.395.01(07)

Корнышев Ю. Н., Фань Г. Л.

К67 Теория распределения информации: Учеб. пособие для вузов. — М.: Радио и связь, 1985. — 184 с., ил.

45 к. 10 000 экз.

Излагаются основные методы исследования и расчета коммутационных систем связи различной структуры — полнодоступных и неполнодоступных, однозвенных и многозвенных. Рассматриваются модели потоков вызовов и особенности прогнозирования нагрузки в сетях связи. Теоретический материал иллюстрируется задачами и примерами прикладного характера. Приводятся необходимые расчетные таблицы и графики.

Для студентов вузов связи.

$К\frac{2402040000-112}{046(01)-85}88-85$ ББК 32.882

6Ф1

Рецензенты: Ю. П. Быков, А. Д. Харкевич

Редакция литературы по электросвязи

ЮРИЙ НИКОЛАЕВИЧ КОРНЫШЕВ, ГЭН-ЛИНЬ ФАНЬ

ТЕОРИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

Редактор *Н. Я. Липкина*
Художественный редактор *Р. А. Клочков*
Обложка художника *Е. П. Аксенова*
Технический редактор *Т. Н. Зыкина*
Корректор *Л. А. Буданцева*

ИБ № 446

Сдано в набор 20.11.84 Подписано в печать 27.03.85
Т-07654 Формат 60×90/16 Бумага типограф. № 2 Гарнитура литературная
Печать высокая Усл. печ. л. 11,5 Усл. кр.-отт. 11,875 Уч.-изд. л. 12,76
Тираж 10 000 экз. Изд. № 20403 Зак. № 120 Цена 45 к.
Издательство «Радио и связь». 101000 Москва, Почтамт, а/я 693

Московская типография № 5 ВГО «Союзучетиздат»
101000 Москва, ул. Кирова, д. 40

© Издательство «Радио и связь», 1985

Авиационное высшее военное Киевское ордена Ленина НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕКА им. 50-летия Октября

098574

ПРЕДИСЛОВИЕ

«Теория распределения информации» — базовый теоретический курс для студентов электротехнических институтов связи специальности 0702 «Автоматическая электросвязь». Он призван помочь студентам овладеть основами теории расчета и построения систем распределения информации различной структуры и назначения. Требования к теоретической подготовке будущих специалистов в области автоматической электросвязи растут по мере усложнения коммутационной техники и структуры сетей связи. Сегодня без глубоких теоретических знаний уже невозможно решение задач оптимального проектирования систем автоматической коммутации и сетей связи и их квалифицированное обслуживание.

При подготовке данного учебного пособия основной упор сделан на доступность изложения материала и практическое овладевание существующими методами построения и расчета коммутационных систем и сетей связи. С этой целью книге придана большая инженерная направленность, упрощен ряд математических доказательств, особое внимание уделяется единству и четкости терминологии. Изложение теоретического материала иллюстрировано большим числом примеров и задач, в основном прикладного характера. Кроме того, в состав книги включены необходимые для расчетов таблицы и графики, значительная часть которых публикуется впервые.

Пособие предназначено для углубленного изучения курса «Теория распределения информации», для проведения практических занятий и выполнения учебно-исследовательских, курсовых и дипломных работ. Оно может быть также полезно широкому кругу инженеров и научных сотрудников, занимающихся расчетом и проектированием коммутационных систем и сетей связи, для первоначального знакомства с теорией распределения информации.

Материал гл. 7 пособия написан Г. Л. Фанем, остальных глав — Ю. Н. Корнышевым.

Замечания по книге следует направлять в издательство «Радио и связь» по адресу: 101000 Москва, Почтамт, а/я 693.

ВВЕДЕНИЕ

Появление и широкое распространение в последней четверти XIX в. ручных телефонных станций, а затем в начале XX в. автоматических привели к зарождению новой научной дисциплины — теории распределения информации. Предметом ее изучения стали процессы обслуживания системами распределения информации поступающих потоков сообщений и их количественных характеристик. К системам распределения информации относятся станция, коммутационный узел, сеть связи, а также их отдельные части, обслуживающие телефонные, телеграфные и другие виды сообщений по определенному алгоритму.

Основы новой теории были заложены в трудах (1908—1918 гг.) датского математика, сотрудника Копенгагенской телефонной компании А. К. Эрланга. Сформулированный им принцип статистического равновесия и полученные на его основе формулы для расчета полнодоступного и идеально-симметричного неполнодоступного включений и сегодня является базовыми в теории распределения информации и отделившейся от нее впоследствии теории массового обслуживания. В дальнейшем теория развивалась в работах многих отечественных и зарубежных ученых [4].

Математическая модель процесса обслуживания, исследуемая в теории распределения информации, включает четыре основных элемента: поток поступающих сообщений, систему распределения информации (систему обслуживания), характеристики качества и дисциплину обслуживания.

Понятие потока сообщений включает информацию о модели потока вызовов (требований на соединение), законе распределения длительности обслуживания (передачи) сообщений, множестве адресов источников и приемников сообщений, а также типе занимаемого для передачи сообщений канала и способе передачи — аналоговом или дискретном. Система обслуживания характеризуется структурой построения и набором структурных параметров. Под дисциплиной обслуживания поступающих сообщений понимают: способ обслуживания (с явными потерями, ожиданием, повторением или комбинированный), порядок обслуживания (в порядке очередности, случайном порядке или с приоритетом), режим искания выходов коммутационной системы (свободный, групповой или индивидуальный), а также другую информацию, характеризующую взаимодействие потока сообщений с системой обслуживания. К характеристикам качества обслуживания поступающих сообщений относятся вероятность явной или условной потери сообщения, среднее время задержки сообщения, вероятность потери поступившего вызова, интенсивность обслуженной нагрузки и др.

Исторически первыми в теории распределения информации возникли и заняли доминирующее положение задачи анализа — определение характеристик качества обслуживания в зависимости от параметров и свойств входящего потока сообщений, параметров и структуры системы обслуживания и дисциплины обслуживания. Наряду с этим часто решалась обратная задача — определение параметров системы обслуживания при ее заданной структуре в зависимости от параметров и свойств потока сообщений, дисциплины и качества обслуживания.

Первые средства коммутации обладали относительно простой структурой — использовались полнодоступные и реже неполнодоступные схемы включений, и решение задач анализа в основном удовлетворяло потребности практики. Для ручной телефонной станции, например, требовалось определить число шнуровых пар и телефонисток в зависимости от заданного времени ожидания соединения. Для машинных и декадно-шаговых АТС рассчитывалось число приборов на каждой ступени искания, при котором общее время ожидания соединения или суммарная вероятность потери вызова были бы в норме. Однако уже тогда была сформулирована задача нового типа — оптимизации параметров и способа построения схемы. Из всех возможных вариантов схем неполнодоступного включения приборов следовало выбрать оптимальный, обеспечивающий при прочих равных условиях наименьшие потери вызовов.

С появлением координатных и особенно квазиэлектронных и электронных АТС на передний план выдвигаются задачи синтеза структуры коммутационной системы с оптимизацией ее параметров. Для станции или узла определенной емкости требуется построить схему коммутационного поля таким образом, чтобы при заданных потоках, дисциплине и качестве обслуживания его стоимость была минимальной либо были минимальными потери вызовов при заданных потоках, дисциплине и стоимости коммутационного поля.

Задача оптимизации схемы коммутационного поля программно-управляемой АТС тесно увязана с разработкой оптимальных алгоритмов поиска путей. Для снижения нагрузки на процессор время поиска свободного выхода и пути к нему в коммутационном поле должно быть минимальным. При неудачном алгоритме за счет ограниченного времени поиска потери вызовов могут быть выше по сравнению с потенциальной возможностью коммутационной системы. Таким образом, при исследовании пропускной способности программно-управляемой АТС в математической модели появляются новые компоненты — время и алгоритм поиска пути.

В последние годы заметно усилился интерес к задачам иного класса — разработке математических моделей краткосрочного и долгосрочного прогнозов параметров потоков сообщений и исследованию свойств потоков в реальных системах. Это вызвано усложнением структуры сети, возросшими капиталовложениями на ее строительство и соответствено повышенными требованиями к ее

экономичности. Опыт проектирования и эксплуатации сетей связи свидетельствует о том, что наибольшие просчеты в определении объема станционного и линейного оборудования возникают из-за ошибок в прогнозе ожидаемой интенсивности нагрузки.

Нормирование и оптимальное распределение по участкам сети показателей качества обслуживания — еще один круг задач, решаемых в теории распределения информации. От установленной общей нормы качества обслуживания поступающих сообщений зависят, с одной стороны, объем и стоимость оборудования станций и всей сети, а с другой — время, затрачиваемое абонентом на установление соединения, и время передачи сообщений через сеть связи. Несвоевременная доставка сообщений приводит к замедлению процессов управления производством, что наносит определенный ущерб народному хозяйству.

Задача нормирования показателей качества по этапам соединения тесно связана с общей задачей оптимального построения систем распределения информации. В теоретических исследованиях постепенно намечается переход к изучению процессов обслуживания на уровне всей системы. Разработка методов анализа, синтеза и оптимизации систем распределения информации в целом — задача ближайшего будущего. Необходимость ее решения диктуется интеграцией систем передачи и распределения информации, использованием ЭВМ и программного управления. Совмещение функций обработки, распределения и передачи информации — будущее систем электросвязи. Сети связи будут интегрированы и рассчитаны на передачу различных видов информации, их структура еще больше усложнится. В этих условиях задача оптимального построения сетей приобретает общегосударственное значение.

Математический аппарат теории распределения информации базируется на теории вероятностей, комбинаторике и математической статистике. Методы последней применяются в основном для обработки данных, получаемых при измерении параметров потоков сообщений и показателей качества обслуживания в реальных системах, а также при моделировании таких систем на ЭВМ. Для решения конкретных задач используются также сведения из других разделов математики — линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, теории графов, системного анализа.

Основным инструментом исследования в теории распределения информации все еще остается метод уравнений вероятностей состояний, основанный на принципе статистического равновесия. Для системы обслуживания вводится понятие состояния. В простейшем случае состояние системы характеризуется одной случайной переменной, например числом занятых линий или вызовов, находящихся на обслуживании и в очереди. Однако в большинстве случаев для описания процесса обслуживания поступающих сообщений одной переменной оказывается недостаточно — необходима более подробная информация о функционировании системы. Например, в полнодоступной системе с повторением используются две переменные: одна соответствует числу занятых линий, а вторая — числу

источников, повторяющих вызовы. В неполнодоступных и звеньевых системах только для описания возможных состояний, обусловленных структурой схемы, требуется от трех до нескольких десятков случайных переменных. Кроме того, часто необходимы дополнительные переменные для отображения особенностей потока вызовов и закона распределения времени обслуживания.

Состояния, определяемые одной переменной, принято называть **макросостояниями системы, а двумя и больше переменными — микросостояниями.** Используя тот или иной общий признак, можно для удобства анализа микростостояния объединять в классы — макросостояния. При поступлении очередного вызова, окончании обслуживания сообщения или изменении фазы работы управляющего устройства система меняет свое состояние. Интенсивности перехода из одного состояния в другое обычно известны на основании свойств потоков вызовов и освобождений. Это позволяет для каждого микросостояния системы составить уравнение, связывающее между собой вероятности соседних состояний. Решение системы таких уравнений дает точное решение задачи в пределах принятой математической модели. Систему можно решить аналитически или численно. Аналитическое решение предпочтительней, поскольку это наиболее удобная для последующего анализа форма представления результата. Однако его далеко не всегда можно получить. Примером аналитического решения являются распределения Эрланга, Энгсета, Бернулли, Пуассона.

При отсутствии аналитического решения в ряде случаев удается построить вычислительный алгоритм на основе рекуррентных соотношений, получаемых непосредственно из системы уравнений. Так, для полнодоступной системы с повторением известны три подобных алгоритма. Часто для удобства построения алгоритма исходную систему уравнений необходимо предварительно преобразовать, заменив ее эквивалентной. Этот метод решения можно условно назвать рекуррентным. Четко выраженной границы между аналическим и рекуррентным методами нет. Одна и та же задача может решаться обоими методами, особенно если получаемое аналитическое выражение громоздко и неудобно для дальнейшего использования.

При невозможности решения задачи аналитическим или рекуррентным методом используют методы вычислительной математики, в частности итерационный метод решения систем уравнений. Применение данного метода ограничено в основном размерностью системы и возможностями ЭВМ — быстродействием и объемом памяти. Итерационным методом можно пользоваться, например, при расчете несложных неполнодоступных схем, элементов сети связи с обходами, некоторых систем с повторением.

Наиболее универсальным, пригодным для решения задач практически любой сложности, является метод статистического моделирования. Математическая модель процесса обслуживания при этом реализуется в виде программы для ЭВМ. Моде-

лирование позволяет получить численные характеристики качества обслуживания при конкретных параметрах потока и схемы и заданной дисциплине обслуживания. Затраты машинного времени при этом довольно велики. Если для расчета одной точки (конкретного набора заданных исходных параметров) аналитическим или рекуррентным методом требуются секунды или менее машинного времени, то для итерационного метода необходимы уже минуты, а при моделировании — часы. Поэтому моделирование обычно применяют в сочетании с аналитическим и численными методами. Результаты моделирования используют для проверки гипотез и предположений, уточнения эмпирических коэффициентов. При моделировании получают приближенную оценку характеристик качества обслуживания, однако за счет увеличения времени, а также применения специальных методов моделирования достигается требуемая точность.

Особое место в теории занимают приближенные инженерные методы. Появление их обусловлено необходимостью быстрой оценки пропускной способности коммутационных систем и сетей связи сложной структуры при отсутствии в настоящее время точных методов расчета. К инженерным методам относятся, например, формулы О'Делла и Пальма—Якобеуса для неполнодоступных включений, методы эффективной доступности, графов и комбинаторный для звеньевых схем, методы эквивалентных замен для сетей связи. Все они получены на основании дополнительных упрощающих предположений и дают хорошее приближение только в определенной ограниченной области значений исходных параметров. Точность их оценивается, как правило, с помощью статистического моделирования. Инженерные методы применяют при расчете оборудования проектируемых станций или числа линий в сети связи, когда ввиду невысокой точности исходных данных (в основном параметров нагрузки) допустима некоторая погрешность в определении пропускной способности. Они также применяются для предварительной оценки структуры и параметров разрабатываемой коммутационной системы. Однако их нецелесообразно использовать для решения задач оптимизации и окончательного выбора варианта построения схемы, поскольку в этом случае требуется бóльшая точность расчетов. Для этой цели обычно применяют численные методы и статистическое моделирование.

По мере развития теории, разработки точных методов расчета область применения инженерных методов при решении «старых» задач будет постепенно сужаться. Хотя для решения вновь возникающих задач, возможно, опять потребуется срочная разработка новых приближенных методов — строгая теория обычно несколько запаздывает и не всегда вовремя откликается на потребности практики. Однако прогресс в развитии вычислительной техники, а также методов вычислительной математики позволяет надеяться, что это запаздывание будет не очень существенным. Несомненно, что в последние годы достигнуты определенные успехи в развитии теории и особенно разработке численных методов.

ГЛАВА 1

ПОТОКИ ВЫЗОВОВ

1.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Основными терминами теории распределения информации являются такие исходные понятия, как сообщение, вызов, занятие, освобождение, поток однородных событий. Рассмотрим их подробнее.

Сообщение — это совокупность информации, имеющая признаки начала и конца и предназначенная для передачи через сеть связи или коммутационную систему. Сообщение характеризуется объемом, категорийностью, адресами источника и приемника сообщений, формой представления информации — анологовой или дискретной. Объемом сообщения определяются тип занимаемого канала связи и длительность занятия — время передачи (обслуживания) сообщения. Сообщением могут быть телефонный разговор, телеграмма, данные ЭВМ, программа радио- и телевещания, передаваемая по каналам связи, сигналы телеизмерений и повреждений аппаратуры и т. п.

Наряду с этим термин «сообщение» иногда применяют и в совершенно другом смысле как синоним слов «связь», «соединение» и даже «нагрузка». Например, говорят «установить сообщение», «узлы исходящего (входящего) сообщения», «величина телефонного (телеграфного) сообщения». Для устранения возможных недоразумений в данной книге термин «сообщение» всегда применяется в соответствии с приведенным выше определением.

Сообщения подразделяются на:

обслуженное — переданное через сеть связи приемнику;

потерянное — поступившее в сеть связи и не переданное приемнику вследствие занятости, повреждения или недоступности соединительных путей, а также занятости и неответа приемника;

задержанное — поступившее в сеть связи и ожидающее начала передачи;

условно потерянное — поступившее в сеть связи и задержанное сверх допустимого (контрольного) срока, даже если оно потом и было передано.

Вызов — требование источника на установление соединения, поступившее в сеть связи, коммутационную систему, на вход ступени искания, в управляющее устройство с целью передачи сообщения. Вызов характеризуется только моментом поступления. В качестве источника вызовов может служить телефонный или телеграфный аппарат, прибор или линия связи, управляющее уст-

ройство. Приемниками вызовов также являются аппарат, прибор, линия. Часто одно и то же устройство одновременно служит источником и приемником вызовов. Источником и приемником сообщений в основном являются оконечные устройства сети связи и реже, например при использовании коммутации сообщений, промежуточные устройства с памятью. Вызовы также подразделяются на несколько видов:

обслуженный — получивший соединение в пределах рассматриваемого пучка линий, группы приборов, коммутационной системы или сети связи; при этом вызов, получивший соединение с требуемым приемником, следует считать полностью обслуженным, а вызов, получивший соединение только на конкретном участке сети связи или коммутационной системы, — частично обслуженным;

потерянный — получивший отказ сети связи (коммутационной системы) в установлении соединения из-за отсутствия в момент поступления вызова свободных, доступных и исправных линий (приборов) или мест ожидания, а также занятости или неответа приемника. Вызовы, получившие неверное (ошибочное) соединение, также относятся к потерянным;

задержанный — ожидающий начала установления соединения из-за отсутствия в момент поступления вызова свободных, доступных и исправных линий;

первичный — первый для данного сообщения вызов сети связи;

повторный — поступивший в сеть связи через случайный или детерминированный промежуток времени после того, как был потерян предыдущий вызов, соответствующий тому же сообщению.

Занятие — любое использование прибора, линии, устройства с целью установления соединения независимо от того, закончилось оно передачей сообщения или нет. Занятие характеризуется моментом и длительностью.

Освобождение — возвращение прибора, линии, устройства в исходное нерабочее состояние. Освобождение характеризуется только моментом наступления.

Множество последовательных моментов поступления вызовов образует поток вызовов. Аналогично можно говорить об образовании потока сообщений, занятий, освобождений или любого другого потока однородных событий, происходящих в последовательные моменты времени. При изучении свойств и различных математических моделей потоков удобно для определенности рассматривать потоки вызовов, подразумевая при этом потоки любых однородных событий.

Поток вызовов называется детерминированным, если последовательность моментов поступления вызовов заранее определена, известна, и случайным, если данная последовательность случайна. Детерминированный поток можно задать следующими эквивалентными способами:

последовательностью моментов поступления вызовов $0 \leqslant t_1 \leqslant \leqslant t_2 \leqslant \ldots \leqslant t_{k-1} \leqslant t_k \leqslant \ldots$, где k — порядковый номер вызова

(рис. 1.1,*а*); равенство $t_{k-1}=t_k$ означает одновременное поступление $(k-1)$-го и k-го вызовов;

последовательностью промежутков $z_k=t_k-t_{k-1}$ между моментами поступления вызовов, $z_k \geqslant 0$ $(k=1, 2, 3, ..., t_0=0)$; величину z_k называют промежутком, предшествующим поступлению k-го вызова;

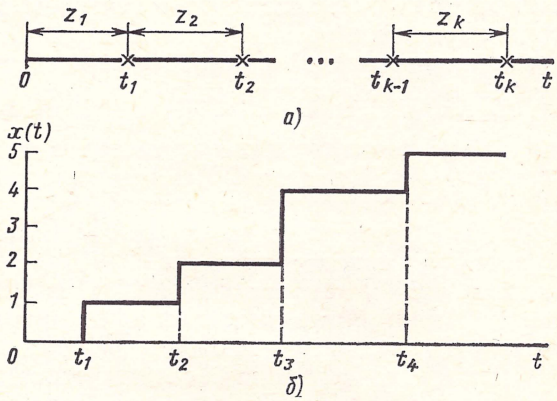


Рис. 1.1. Способы задания детерминированного потока

целочисленной неотрицательной и неубывающей функцией $x(t)$, характеризующей число вызовов, поступающих в промежутке $[0, t)$ (рис. 1.1,*б*). Точки скачков функции $x(t)$ соответствуют вызывающим моментам, а величины скачков — числу вызовов, поступивших в вызывающий момент. Вызывающим называется момент времени, в который поступает не менее одного вызова. Для вызывающих моментов всегда $t_{k-1}<t_k$ и $z_k>0$.

Детерминированные потоки редко встречаются на практике, поскольку сложно обеспечить четкое поступление вызовов по заранее известному расписанию. Примером детерминированных потоков могут служить потоки моментов начала и окончания передач программ радио и телевидения по каналам связи, поток сеансов связи с искусственными спутниками Земли и т. п. Однако и здесь возможны случайные, непредвиденные изменения расписания. В основном же в технике связи приходится иметь дело со случайными потоками. Поэтому в дальнейшем рассматриваются только случайные потоки вызовов.

Для задания случайных потоков по аналогии используют вероятностные законы распределения следующих случайных величин: моментов поступления вызовов t_k, промежутков между вызовами z_k и числа поступающих вызовов в промежутке $[0, t)$. В общем случае требуется применение многомерных законов распределения. Однако реально используемые модели потоков обычно обладают рядом свойств, позволяющих значительно упростить описание потоков.

1.2. СВОЙСТВА И ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОТОКОВ ВЫЗОВОВ

Случайные потоки вызовов классифицируются в зависимости от наличия или отсутствия трех следующих свойств: стационарности, последействия и ординарности.

Стационарность означает, что с течением времени вероятностные характеристики потока не меняются. Стационарность потока равносильна постоянной плотности вероятности поступления вызовов в любой момент времени, иначе говоря, для стационарного потока вероятность поступления i вызовов за промежуток длиной t зависит только от величины промежутка и не зависит от его расположения на оси времени. Любой стационарный поток можно задать семейством условных вероятностей $F_i(t)$ поступления i ($i=0, 1, 2, 3, \ldots$) вызовов в промежутке t, если в начальный момент этого промежутка поступил вызов.

Реально поступающий, например на ГТС или МТС, поток вызовов имеет явно выраженный нестационарный характер. Интенсивность потока — число вызовов в единицу времени — существенно зависит от времени суток, дня недели и даже времени года. Однако внутри суток всегда можно выделить одно- или двухчасовые промежутки, в течение которых поступающий поток вызовов близок к стационарному.

Последействие означает зависимость вероятностных характеристик потока от предыдущих событий. Иными словами, вероятность поступления вызовов в промежуток $[t_1, t_2)$ зависит от числа, времени поступления и длительности обслуживания вызовов до момента t_1. Для случайного потока без последействия условная вероятность поступления вызовов в промежутке $[t_1, t_2)$, вычисленная при любых предположениях о течении процесса обслуживания вызовов до момента t_1, равна безусловной. Поэтому подобный поток можно задать семейством безусловных вероятностей $P_i(t_1, t_2)$ поступления i вызовов в промежутке $[t_1, t_2)$. Стационарный поток без последействия соответственно можно задать семейством вероятностей $P_i(t)$ поступления i вызовов в любом промежутке длиной t.

Поток вызовов, поступающих от достаточно большой группы источников, близок по своим свойствам к потоку без последействия, если при этом не учитывать повторных вызовов. Поток от малой группы, наоборот, обладает заметным последействием. Так, при емкости группы источников $N=10$ вероятность поступления вызовов существенно зависит от числа свободных источников $N_{св}$ и будет заметно больше при $N_{св}=10$, чем при $N_{св}=7$. Число свободных источников, в свою очередь, зависит от предыдущих событий, чем и определяется последействие потока. С ростом емкости группы постепенно уменьшается доля занятых источников по отношению к общему их числу, соответственно ослабевает последействие потока и при каком-то предельном значении N его уже можно не учитывать.

Поток повторных вызовов также является примером потока с последействием, поскольку повторный вызов возникает как результат потери предыдущего вызова, т. е. налицо зависимость от предыдущих событий.

Потоки с последействием подразделяют на два вида — с простым и ограниченным последействием. Их особенности будут рассмотрены несколько позже.

Ординарность означает практическую невозможность группового поступления вызовов. Иначе говоря, вероятность поступления двух или более вызовов за любой бесконечно малый промежуток времени Δt есть величина бесконечно малая более высокого порядка, чем Δt, т. е. $P_{i\geqslant 2}(\Delta t)=o(\Delta t)$.

В сетях связи потоки вызовов, как правило, ординарны. При обработке телеграмм оператором возможна неординарность потока, если предполагается поступление телеграмм партиями. В других областях техники неординарные потоки встречаются чаще. Например, при расчете систем ПВО необходимо учитывать, что вызовы — самолеты противника — могут поступать по одному и группами.

Неординарный поток удобно рассматривать и задавать как ординарную последовательность вызывающих моментов, используя для ее описания сформулированные выше свойства стационарности и последействия, а также ограниченного и простого последействия. В дополнение к этому вводится функция неординарности потока $P_l(k)$, равная вероятности поступления группы из l ($l=\overline{1, r}$, $r<\infty$) вызовов в k-й вызывающий момент.

К основным характеристикам случайного потока относят ведущую функцию, параметр и интенсивность. Ведущая функция случайного потока $\bar{x}(0, t)$ есть математическое ожидание числа вызовов в промежутке $[0, t)$. Функция $\bar{x}(0, t)$ — неотрицательная, неубывающая и в практических задачах теории распределения информации непрерывна и принимает только конечные значения.

Параметр потока $\lambda(t)$ в момент времени t есть предел отношения вероятности поступления не менее одного вызова в промежутке $[t, t+\Delta t)$ к величине этого промежутка Δt при $\Delta t\to 0$:

$$\lambda(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{P_{i\geqslant 1}(t,\ t+\Delta t)}{\Delta t}. \qquad (1.1)$$

Параметр потока определяет плотность вероятности наступления вызывающего момента в момент t. Определение параметра равносильно предположению, что вероятность поступления хотя бы одного вызова в промежутке $[t, t+\Delta t)$ с точностью до бесконечно малой $o(\Delta t)$ пропорциональна промежутку Δt и параметру потока $\lambda(t)$: $P_{i\geqslant 1}(t, t+\Delta t)=\lambda(t)\Delta t+o(\Delta t)$. Для стационарных потоков вероятность поступления вызовов не зависит от времени, т. е. $P_{i\geqslant 1}(t, t+\Delta t)=P_{i\geqslant 1}(\Delta t)$, поэтому параметр стационарного потока постоянный. Соответственно получаем

$$P_{i\geqslant 1}(\Delta t)=\lambda\Delta t+o(\Delta t). \qquad (1.2)$$

Интенсивность стационарного потока μ есть математическое ожидание числа вызовов в единицу времени. Для нестационарных потоков используются понятия средней и мгновенной интенсивности. Средняя интенсивность потока в промежутке $[t_1, t_2)$ есть математическое ожидание числа вызовов в этом промежутке в единицу времени. Среднюю интенсивность потока можно выразить через ведущую функцию: $\mu(t_1, t_2) = [\bar{x}(0, t_2) - \bar{x}(0, t_1)]/(t_2 - t_1)$. Мгновенная интенсивность потока $\mu(t)$ в момент t есть производная ведущей функции потока по t:

$$\mu(t) = \lim_{\Delta t \to 0} [\bar{x}(0, t + \Delta t) - \bar{x}(0, t)]/\Delta t = \bar{x}'(0, t).$$

Если мгновенная интенсивность характеризует поток вызовов, то параметр — поток вызывающих моментов. Поэтому всегда $\mu(t) \geqslant \lambda(t)$, а равенство имеет место только для ординарных потоков, когда в каждый вызывающий момент поступает только один вызов.

При рассмотрении конкретных математических моделей потоков удобно, используя признак последействия, распределить все изучаемые модели по трем классам: потоки без последействия, с простым и ограниченным последействием. В класс потоков без последействия входят: простейший, пуассоновский с переменным или случайным параметром, неординарный пуассоновский и пуассоновский с неординарными вызовами. К потокам с простым последействием относятся: примитивный, сглаженный и с повторными вызовами. Ограниченным последействием обладают рекуррентный поток, поток Пальма, поток Эрланга.

1.3. ПРОСТЕЙШИЙ ПОТОК ВЫЗОВОВ

Стационарный ординарный поток без последействия называется простейшим. Задается простейший поток семейством вероятностей $P_i(t)$ поступления i $(i = \overline{0, \infty})$ вызовов в промежутке t. Для определения функции $P_i(t)$ исследуем процесс поступления i вызовов в течение двух соседних произвольного расположенных на оси времени промежутков t и Δt. Размещение i вызовов внутри промежутка $t + \Delta t$ возможно $i+1$ способом: в промежутке t поступает i вызовов, а в промежутке Δt поступает 0 вызовов и далее соответственно $i-1$ и 1, $i-2$ и 2 и т. д., вплоть до 0 и i. Поскольку поступление вызовов одновременно двумя различными способами невозможно, события эти будут несовместны и вероятности их суммируются:

$$P_i(t + \Delta t) = P(i, t; 0, \Delta t) + P(i-1, t; 1, \Delta t) + P(i-2, t; 2, \Delta t) + \ldots + P(1, t; i-1, \Delta t) + P(0, t; i, \Delta t) = \sum_{j=0}^{i} P(i-j, t; j, \Delta t).$$

Здесь $P(i-j,\ t;\ j,\ \Delta t)$ — вероятность следующего совместного события: в промежуток t поступает $i-j$ вызовов, а в промежуток Δt поступает j вызовов. Данную вероятность можно представить как произведение двух безусловных вероятностей $P_{i-j}(t)$ и $P_j(\Delta t)$, поскольку ввиду отсутствия последействия вероятность поступления вызовов в промежуток Δt не зависит от числа поступивших вызовов в промежутке t:

$$P_i(t+\Delta t)=\sum_{j=0}^{i} P_{i-j}(t)\,P_j(\Delta t). \tag{1.3}$$

Уравнение (1.3) можно значительно упростить, если учесть, что на основании свойства ординарности $P_{i\geqslant 2}(\Delta t)=o(\Delta t)$:

$$P_i(t+\Delta t)=P_i(t)\,P_0(\Delta t)+P_{i-1}(t)\,P_1(\Delta t)+o(\Delta t). \tag{1.4}$$

Вероятность $P_1(\Delta t)$ определяем из выражения (1.2) с учетом ординарности потока:

$$P_1(\Delta t)=P_{i\geqslant 1}(\Delta t)+o(\Delta t)=\lambda\Delta t+o(\Delta t). \tag{1.5}$$

Вероятность $P_0(\Delta t)$ находим из условия нормировки:

$$P_0(\Delta t)=1-P_1(\Delta t)-P_{i\geqslant 2}(\Delta t)=1-\lambda\Delta t+o(\Delta t). \tag{1.6}$$

Подставим выражения (1.5) и (1.6) в систему уравнений (1.4), затем перенесем в левую часть уравнений $P_i(t)$ и поделим обе части уравнений на Δt. Переходя к пределу при $\Delta t\to 0$, получаем систему дифференциальных уравнений

$$P'_i(t)=-\lambda P_i(t)+\lambda P_{i-1}(t). \tag{1.7}$$

Начальными условиями для системы (1.7) являются

$$P_0(0)=1;\quad P_i(0)=0,\quad i=\overline{1,\ \infty}. \tag{1.8}$$

Решением (1.7) с учетом условий (1.8) служит выражение, которое носит название формулы Пуассона:

$$P_i(t)=\frac{(\lambda t)^i}{i!}\,e^{-\lambda t}. \tag{1.9}$$

Поэтому часто, особенно в зарубежных источниках, простейший поток называют пуассоновским, хотя в отечественной литературе под пуассоновским понимают более широкий класс потоков, объединяющий все потоки без последействия. Простейший поток также называют потоком чистой случайности, поскольку поступление вызовов не зависит ни от времени, ни от предыдущих событий и действительно определяется только случаем.

Проанализируем распределение Пуассона. Для этого рассмотрим отношение двух соседних вероятностей $P_i(t)/P_{i-1}(t)=\lambda t/i$. При $i\leqslant\lambda t$ имеет место $P_{i-1}(t)\leqslant P_i(t)$ и при $i\geqslant\lambda t$ — обратное соотношение. Следовательно, с ростом i вероятность $P_i(t)$ растет, пока сохраняется условие $i<\lambda t$, и начинает уменьшаться при $i>\lambda t$ (рис. 1.2). Максимума функция $P_i(t)$ достигает при целом

значении λt в двух точках $i=\lambda t$ и $i=\lambda t-1$, при дробном значении λt в одной точке $i=[\lambda t]$, где $[x]$ означает целую часть числа x. С ростом величины λt огибающая кривая принимает все более симметричный вид, приближаясь к нормальному закону распределения непрерывной случайной величины. Уже при $\lambda t=10$ совпадение огибающей с нормальным законом достаточно хорошее.

Наряду с распределением Пуассона $P_i(t)$ при решении практических задач используют суммарные вероятности $P_{k\geqslant i}(t)$ поступления не менее i вызовов и $P_{k\leqslant i}(t)$ поступления не более i

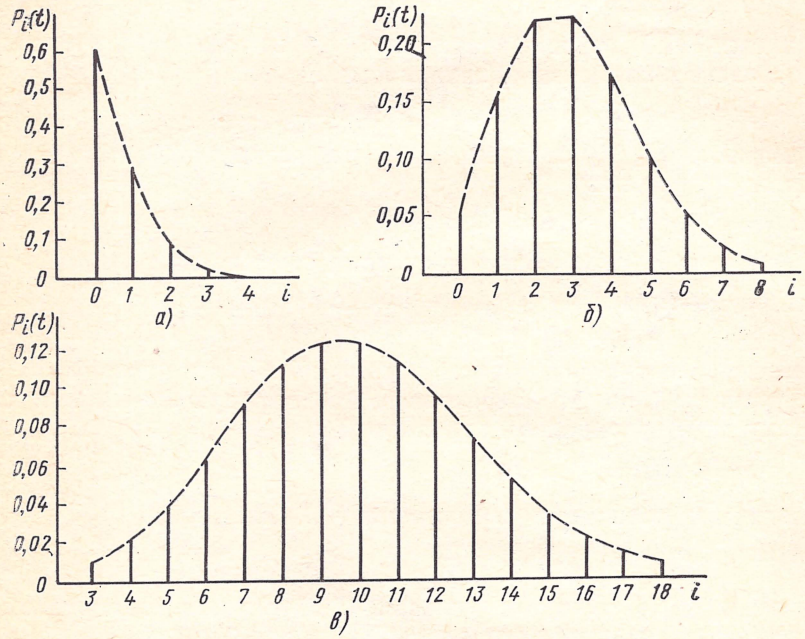


Рис. 1.2. Распределение Пуассона при $\lambda t=0{,}5$ (*а*), 3 (*б*) и 10 (*в*)

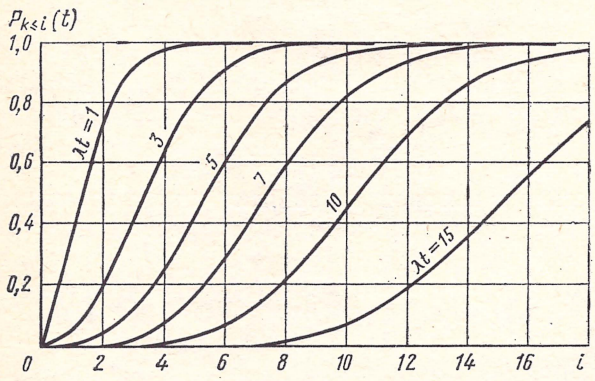


Рис. 1.3. Огибающие кривые распределения вероятностей $P_{k\leqslant i}(t)$

вызовов за промежуток t. Распределение вероятностей $P_{k\leqslant i}(t)$ показано на рис. 1.3. В табл. П1 приложения для некоторых величин λt и i приведены значения функций $P_{k\geqslant i}(t)=\sum_{k=i}^{\infty}P_k(t)$. Используя табл. П1, можно также определить вероятности $P_{k\leqslant i}(t)=1-P_{k\geqslant i+1}(t)$ и $P_i(t)=P_{k\geqslant i}(t)-P_{k\geqslant i+1}(t)$.

Положим, необходимо определить вероятность поступления пяти, не менее пяти и не более пяти вызовов за промежуток $t=180$ с, если параметр простейшего потока $\lambda=160$ выз/ч. Для произведения $\lambda t=8$ из табл. П1 находим вероятности $P_{k\geqslant 5}(t)=0{,}9004$ и $P_{k\geqslant 6}(t)=0{,}8088$. Тогда вероятности $P_5(t)=0{,}9004-0{,}8088=0{,}0916$ и $P_{k\geqslant 5}(t)=1-0{,}8088=0{,}1912$.

1.4. СВОЙСТВА И ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОСТЕЙШЕГО ПОТОКА

Распределение промежутка между соседними вызовами. Выражение (1.9) является одним из возможных способов задания простейшего потока. Другим способом может служить распределение промежутка между соседними вызовами $P(z<t)=1-P(z>t)$. Вероятность $P(z>t)$ равносильна вероятности того, что внутри промежутка длиной t не поступит ни одного вызова $P(z>t)=P_0(t)$. Тогда

$$P(z<t)=1-P_0(t)=1-e^{-\lambda t}. \qquad (1.10)$$

Дифференцируя (1.10) по t, находим плотность распределения

$$p(t)=\lambda e^{-\lambda t}. \qquad (1.11)$$

Закон распределения с плотностью (1.11) называется экспоненциальным, или показательным, а λ — его параметром. Распределение (1.10) является не только необходимым, но и достаточным условием существования простейшего потока. Можно показать, что поток с независимыми промежутками между вызовами, распределенными по закону (1.10), является простейшим.

Определим математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение промежутка z:

$$Mz=\int_0^{\infty}tp(t)\,dt=\int_0^{\infty}t\lambda e^{-\lambda t}\,dt=1/\lambda;$$

$$Dz=\int_0^{\infty}t^2p(t)\,dt-M^2z=\int_0^{\infty}t^2\lambda e^{-\lambda t}\,dt-1/\lambda^2=1/\lambda^2;$$

$$\sigma z=\sqrt{Dz}=1/\lambda.$$

Полученное совпадение величин Mz и σz характерно для показательного распределения. Это свойство на практике используют как критерий для первоначальной проверки соответствия гипотезы о показательном распределении полученным статичестическим данным. Допустим, для некоторого реального потока измерены

098574
Всесоюзное производственное
НАУЧНО-

длительности промежутков между вызовами и получено n значений случайной величины z. Затем рассчитаны среднее значение, несмещенная оценка дисперсии и среднеквадратическое отклонение величины z:

$$\bar{z}=\sum_{i=1}^{n} z_i/n; \quad Dz=\sum_{i=1}^{n}(z_i-\bar{z})^2/(n-1); \quad \sigma z=\sqrt{Dz}.$$

При достаточно близком совпадении чисел $\bar{z}$ и σz можно говорить о приемлемости, по крайней мере, с точностью до первых двух моментов гипотезы о показательном законе распределения промежутков между вызовами. При необходимости для дальнейшего анализа могут использоваться моменты более высокого порядка — асимметрия, эксцесс и т. д. Если же наблюдается заметное расхождение чисел $\bar{z}$ и σz, данная гипотеза отвергается сразу.

Показательное распределение широко применяется в теории распределения информации, теории массового обслуживания и теории надежности благодаря следующему замечательному свойству. Если известно, что случайный промежуток z, распределенный по показательному закону, длился уже некоторое время τ, то закон распределения оставшейся части промежутка также будет показательным с тем же параметром и не будет зависеть от τ. Для доказательства этого положения предположим, что с момента поступления последнего вызова прошло время τ, и определим вероятность того, что до момента поступления следующего вызова пройдет не менее t единиц времени. На основании теоремы умножения вероятностей

$$P(z>\tau+t)=P(z>\tau)\,P_\tau(z>t).$$

Здесь $P(z>\tau+t)$ и $P(z>\tau)$ — вероятности того, что промежуток z будет больше соответственно $\tau+t$ и τ; $P_\tau(z>t)$ — искомая условная вероятность. С учетом (1.10) получаем:

$$e^{-\lambda(\tau+t)}=e^{-\lambda\tau}P_\tau(z>t); \quad P_\tau(z>t)=e^{-\lambda t}=P(z>t).$$

Таким образом, условная вероятность $P_\tau(z>t)$ не зависит от уже прошедшего времени τ и равна безусловной вероятности $P(z>t)$. Показательный закон — единственный, обладающий таким свойством. В сущности, это несколько другая формулировка основного свойства простейшего потока — отсутствия последействия. Это свойство показательного распределения позволяет значительно упростить математические преобразования при анализе процессов поступления вызовов и их обслуживания.

Из доказанного свойства непосредственно следует, что распределение промежутка до поступления первого вызова $P(z_1<t)$ также подчиняется показательному закону с параметром λ. На рис. 1.4 t_0 — рассматриваемый момент; z_1 — случайный промежуток, предшествующий поступлению первого вызова (или очередного k-го); ξ_k — случайный момент поступления вызова и t_k — заданный момент. Поскольку $P(z_1<t)=P(\xi_k<t_k)$, то распреде-

ление моментов поступления вызовов также подчиняется показательному закону с параметром λ и не зависит от номера вызова.

Характеристики простейшего потока. Определим математическое ожидание Mi и дисперсию Di числа вызовов за промежуток t:

$$Mi = \sum_{i=1}^{\infty} i\, P_i(t) = \sum_{i=1}^{\infty} i\, \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} = \lambda t\, e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^i}{i!} = \lambda t;$$

$$Di = \sum_{i=1}^{\infty} i^2 P_i(t) - M^2 i = \sum_{i=1}^{\infty} i^2 \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} - (\lambda t)^2 = \lambda t.$$

Совпадение этих величин за промежуток t для простейшего потока на практике удобно использовать при проверке соответствия реального потока модели простейшего потока. Допустим, для неко-

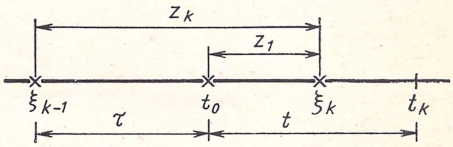


Рис. 1.4. К распределению промежутка до поступления первого вызова

торого потока получен ряд чисел $x_1, x_2, \ldots, x_n$, характеризующий число вызовов, поступающих в n промежутков длиной t. Обычно принимают $t = 15$ мин. Рассчитываются среднее значение и несмещенная оценка дисперсии величины x:

$$\bar{x} = \sum_{j=1}^{n} x_j/n; \quad Dx = \sum_{j=1}^{n} (x_j - \bar{x})^2/(n-1).$$

В зависимости от степени совпадения величин $\bar{x}$ и Dx делается вывод о приемлемости модели простейшего потока. Для дальнейшего анализа можно использовать третий центральный момент, величина которого также равна λt.

Объединение и разъединение простейших потоков. При объединении нескольких независимых простейших потоков образуется также простейший поток с параметром, равным сумме параметров исходных потоков. При разъединении поступающего простейшего потока с параметром λ на n направлений так, что каждый вызов исходного потока с вероятностью p_i $(\sum_{i=1}^{n} p_i = 1)$ поступает на i-е направление, поток i-го направления также будет простейшим с параметром λp_i. Эти свойства простейшего потока широко используются на практике, поскольку значительно упрощают расчеты станционного оборудования и сетей связи.

Модель простейшего потока получила наибольшее по отношению ко всем другим моделям потоков распространение в теории распределения информации. Объясняется это сравнительной простотой получаемых при ее использовании результатов, а также тем, что она удовлетворительно для целей практики описывает про-

цесс поступления вызовов (лучше только первичных) от большой группы источников. Большинство известных результатов по расчету коммутационных систем и сетей связи получено для модели простейшего потока и только меньшая часть — для всех остальных потоков.

1.5. НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ПУАССОНОВСКИЙ ПОТОК

Нестационарный пуассоновский поток — это ординарный поток без последействия, для которого в любой момент t существует конечный параметр $\lambda(t)$. Различают потоки с переменным и случайным параметрами. В первом случае функция $\lambda(t)$ заранее известна и значение ее зависит только от t, а во втором случае $\lambda(t)$ — случайная функция.

Функция $\lambda(t)$ может быть непрерывной или ступенчатой. В последнем случае параметр потока изменяется скачками в заранее известные или случайные (в зависимости от вида потока) моменты $t_1, t_2, \ldots, t_k$. Величины скачков также могут быть заранее известны или случайны, причем для пуассоновского потока со случайным параметром могут быть случайны только моменты или только величины изменения параметра или одновременно то и другое. Пуассоновский поток с переменным параметром как поток нестационарный задается семейством вероятностей $P_i(t_0, \tau)$ поступления i вызовов за промежуток $[t_0, t_0+\tau)$. Во многом повторяя ход рассуждений § 1.3, можно показать, что

$$P_i(t_0, \tau) = \frac{[\lambda(t_0, \tau)]^i}{i!} e^{-\lambda(t_0, \tau)}, \quad i=\overline{0, \infty}, \tag{1.12}$$

где $\lambda(t_0, \tau) = \int\limits_{t_0}^{t_0+\tau} (u)\,du$ — математическое ожидание числа вызовов в промежутке $[t_0, t_0+\tau)$. Отношение $\lambda(t_0, \tau)/\tau$ есть средняя интенсивность потока вызовов в этом промежутке.

Модель пуассоновского потока с переменным параметром позволяет при соответствующем выборе зависимости $\lambda(t)$ достаточно хорошо описать реальный нестационарный поток, например процесс поступления вызовов на телефонную станцию в течение суток.

Класс пуассоновских потоков со случайным параметром довольно широк, поскольку возможно использование самых различных случайных функций для задания параметра потока $\lambda(t)$. Рассмотрим простейший случай. Пусть ступенчатая функция $\lambda(t)$ принимает конечное множество заранее известных значений λ_i $(i=\overline{1, N})$, при этом $\lambda_i < \lambda_{i+1}$. Переход из состояния i с параметром λ_i возможен только к соседним состояниям $i-1$ или $i+1$ с вероятностями соответственно p и $q=1-p$. Естественно, переход из крайних состояний $i=0$ и $i=N$ к соседним происходит с вероятностью, равной единице. Длительность состояния i — случайная величина, распределенная по показательному закону с параметром α. В соответствии с (1.11) $1/\alpha$ есть средняя длительность состояния i. Величина α характеризует частоту изменения параметра потока λ_i —

чем больше α, тем быстрее изменяется параметр потока. Вероятности p и q, в свою очередь, определяют частоту встречаемости различных значений λ_i.

Несложно получить вероятности крайних и промежуточных значений λ_i:

$$P_1 = p^{N-2}/A; \quad P_N = q^{N-2}/A; \quad P_i = q^{i-2}p^{N-1-i}/A, \quad i = \overline{2, N-1}, \tag{1.13}$$

где $A = p^{N-2} + \sum_{j=0}^{N-3} q^j p^{N-3-j} + q^{N-2}$. При $p = q = 1/2$ распределение (1.13) упрощается: $P_1 = P_N = 1/2(N-1)$ и $P_i = 1/(N-1)$, $i = \overline{2, N-1}$. Знание вероятностей P_i позволяет определить средний параметр потока: $\lambda = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i P_i$. Хотя в каждом отдельном состоянии i поступает простейший поток с параметром λ_i, общий поток по своим свойствам заметно отличается от простейшего. Прежде всего для данного потока распределение промежутка между вызовами не подчиняется показательному закону, а дисперсия числа вызовов за произвольный промежуток t превосходит математическое ожидание в десятки и даже в сотни раз (в зависимости от выбора величин λ_i, N, α, p). Соотношения моментов высших порядков также отличаются от аналогичных соотношений, характерных для пуассоновского распределения.

Системы распределения информации различного назначения принято рассчитывать для условий часа наибольшей нагрузки (ЧНН). Фактически это означает, что из ежедневных одночасовых фрагментов реального потока, соответствующих ЧНН, формируется искусственный поток вызовов и для него производится расчет оборудования. Как показывают исследования, у такого потока дисперсия числа поступающих вызовов по одинаковым временны́м интервалам значительно превосходит математическое ожидание. На рис. 1.5 в качестве примера для одной АТС приведены статистические аналоги функций распределения числа вызовов x за 15-минутный интервал для исходящих ($Dx/x = 40$) и входящих ($Dx/x = 21$) потоков. Построенные кривые несимметричны и имеют существенный загиб вправо в верхней части, приводящий к резкому увеличению отношения $Dx/\bar{x}$. Для сравнения плавными линиями показаны соответствующие кривые распределения Пуассона. Объяснить столь большие величины $Dx/\bar{x}$ только влиянием повторных вызовов не удается. Очевидно, в данном случае более под-

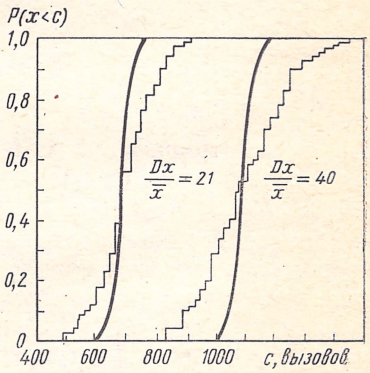


Рис. 1.5. Статистическое распределение числа вызовов за 15-минутный интервал

ходящей моделью является пуассоновский поток со случайным параметром. При этом моменты изменения параметра потока образуют заранее известную регулярную последовательность, а величины изменения параметра случайны.

1.6. СТАЦИОНАРНЫЙ ПОТОК БЕЗ ПОСЛЕДЕЙСТВИЯ

Стационарный поток без последействия называется неординарным пуассоновским.

Вызывающие моменты данного потока образуют простейший поток с параметром λ. Поэтому вероятность наступления i вызывающих моментов в промежутке t определяется согласно распределению Пуассона (1.9). В каждый вызывающий момент с вероятностью p_l поступает группа из $l(l=\overline{1,\ r},\ r\leqslant\infty)$ одинаковых вызовов. Величина l называется характеристикой неординарности потока. Возможны потоки с постоянной или случайной характеристикой неординарности. Обозначим $a_l=\lambda p_l$. Можно показать, что вероятность поступления k вызовов в промежутке t

$$P_k(t)=e^{-\lambda t}\sum_k \frac{(a_1 t)^{j_1}}{j_1!}\,\frac{(a_2 t)^{j_2}}{j_2!}\cdots\frac{(a_k t)^{j_k}}{j_k!}, \tag{1.14}$$

где суммирование производится по всем j, удовлетворяющим соотношению $k=j_1+2j_2+3j_3+\ldots+kj_k$.

Из (1.14) видно, что любой неординарный пуассоновский поток можно представить как суперпозицию k независимых неординарных пуассоновских потоков с постоянной характеристикой неординарности l, соответствующим параметром a_l и интенсивностью la_l. Величину a_l можно поэтому определить как интенсивность поступления групп вызовов с l вызовами в каждой. Параметр и интенсивность неординарного потока соответственно равны:

$$\lambda=\sum_{l=1}^{r} a_l,\quad r\leqslant\infty; \tag{1.15}$$

$$\mu=\sum_{l=1}^{r}\lambda l p_l=\sum_{l=1}^{r} l\,a_l,\ r\leqslant\infty. \tag{1.16}$$

Как и следовало ожидать, $\mu\geqslant\lambda$.

К рассматриваемому потоку близко примыкает пуассоновский поток с неординарными вызовами, требующими для своего обслуживания в общем случае $l(l=\overline{1,\ r},\ r\leqslant\infty)$ приборов. Здесь l — характеристика неординарности вызова. Поток неординарных вызовов, вероятность появления которых распределена по закону Пуассона, называется пуассоновским с неординарными вызовами.

Данный поток также является стационарным и без последействия. Вероятность поступления i вызовов за промежуток t определяется выражением Пуассона (1.9), а вероятность поступления k требований на приборы за промежуток t — выражением (1.14). Соответственно интенсивность поступления вызовов для данного

потока есть λ (1.15), а интенсивность поступления требований — μ (1.16).

Рассматриваемые потоки, несмотря на ряд общих свойств, имеют и существенные различия. При неординарном пуассоновском потоке каждый вызов из группы одновременно поступивших может быть обслужен отдельно, время его обслуживания строго индивидуально и не зависит от времени обслуживания других, даже поступивших одновременно с ним. При пуассоновском потоке с неординарными вызовами все приборы, необходимые для обслуживания одного неординарного вызова, занимаются и освобождаются одновременно. Оба потока следует рассматривать как непосредственное обобщение свойств простейшего потока.

Как уже отмечалось, неординарные потоки в системах распределения информации встречаются редко, в основном при передаче телеграмм. Потоки с неординарными вызовами возможны чаще. Так, коммутационная система сельской квазиэлектронной АТС обслуживает вызовы, требующие двух- или четырехпроводных транзитных соединений. Во втором случае занимаются соответственно по два двухпроводных входа и выхода. Подобный вызов является неординарным с характеристикой $l=2$. Коммутационные системы некоторых подстанций и групповых установок построены таким образом, что для обслуживания внешнего (исходящего или входящего) соединения требуется одна соединительная линия с опорной АТС, а для обслуживания внутреннего соединения — две. Здесь также имеет место поток с неординарными вызовами.

1.7. ПОТОК С ПРОСТЫМ ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ

Ординарный поток, параметр которого $\lambda_{r(t)}$ полностью определяется состоянием $r(t)$ обслуживающей системы в рассматриваемый момент t, называется потоком с простым последействием, или пуассоновским потоком с условным параметром.

Под состоянием системы понимается информация о числе и, возможно, номерах занятых входов, выходов и соединительных путей между ними, о числе свободных, обслуживаемых, ожидающих соединения или повторяющих вызовы источников. Поскольку состояние обслуживающей системы в момент t зависит от процесса поступления и обслуживания вызовов до момента t, рассматриваемый поток является потоком с последействием. Данное последействие называется простым, так как для определения параметра потока в момент t достаточно информации о состоянии системы только в этот момент. Изменение параметра потока в соответствии с изменением состояния системы приводит к нестационарности потока. Для любых двух произвольно расположенных, но одинаковых по величине промежутков времени вероятности поступления вызовов в общем случае не равны и зависят от конкретного набора состояний, попавших в эти промежутки. Однако параметр данного потока косвенно зависит от времени — через со-

стояние системы. Для каждого конкретного состояния системы параметр — величина постоянная.

Понятие потока с простым последействием является одним из самых общих в теории потоков. Изучение данного потока позволяет исследовать и учесть при расчетах влияние системы обслуживания на процесс возникновения вызовов. Большинство потоков в сетях связи относится к классу потоков с простым последействием — практически всегда имеется корреляция между интенсивностью (параметром) потока и состоянием системы обслуживания.

1.8. ПРИМИТИВНЫЙ ПОТОК

Ординарный поток, параметр которого λ_i пропорционален числу свободных источников N_i в состоянии обслуживающей системы i, называется примитивным:

$$\lambda_i = \alpha N_i = \alpha (N - i). \qquad (1.17)$$

Здесь α — параметр (интенсивность) источника в свободном состоянии; N — общее число источников; i — число занятых источников.

Примитивный поток в литературе иногда называют пуассоновским потоком второго рода или потоком чистой случайности второго рода, а также энгсетовским потоком. Первые два названия связаны с тем, что наряду с простейшим (поток первого рода) примитивный поток используется для описания процесса поступления вызовов от первичных источников. Модель примитивного потока учитывает так называемый эффект конечного числа источников — новые вызовы могут поступать только от свободных источников. Это определяет скачкообразное изменение параметра потока, причем наибольшее значение параметр принимает, когда все источники свободны, и наименьшее, когда число занятых источников достигает максимума. Это свойство примитивного потока существенным образом влияет на процесс обслуживания и заметно повышает пропускную способность обслуживающей системы.

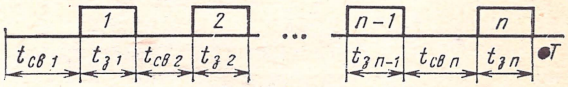
Математическое ожидание параметра потока $\lambda = \sum_i \lambda_i P_i$, где P_i — вероятность того, что занято i источников. Величина λ, отнесенная к одному источнику $\nu = \lambda/N$, определяет среднюю интенсивность источника. Рисунок 1.6 позволяет пояснить различие между параметрами α и ν. Пусть за достаточно большой промежуток T от источника поступило n вызовов. Перед поступлением j-го вызова источник в течение случайного времени $t_{\text{св}j}$ находится в свободном состоянии, а затем в течение $t_{\text{з}j}$ — в занятом. Тогда интенсивность источника в свободном состоянии есть отношение числа поступивших вызовов к суммарному свободному времени: $\alpha = n / \sum_{j=1}^{n} t_{\text{св}j}$. Средняя интенсивность источника есть отношение числа поступивших вызовов ко всему рассматриваемому времени: $\nu = n/T$. Обозначим среднюю продолжительность промежутка сво-

бодности через $\bar{t}_{св} = \sum_{j=1}^{n} t_{свj}/n$, а промежутка занятости через $\bar{t}_з = \sum_{i=1}^{n} t_{зi}/n$. Соответственно получим

$$\alpha = 1/\bar{t}_{св}; \quad \nu = 1/(\bar{t}_{св} + \bar{t}_з). \tag{1.18}$$

Таким образом, интенсивность свободного источника есть величина, обратная среднему свободному времени, а средняя интенсивность источника — величина, обратная среднему промежутку между вызовами. Всегда имеет место $\alpha > \nu$.

Рис. 1.6. Поток вызовов от одного источника



Распределение промежутка свободности подчиняется показательному закону с параметром α:

$$P(t_{св} < t) = 1 - e^{-\alpha t}. \tag{1.19}$$

Это равносильно предположению, что новые вызовы от источника поступают случайно независимо от моментов возникновения и окончания обслуживания предыдущих вызовов.

Примитивный поток является более общим понятием по сравнению с простейшим. С ростом числа источников N и соответствующим уменьшением α последействие примитивного потока сокращается. В пределе при ограниченном значении i и $N \to \infty$, а $\alpha \to 0$, но так, что $N\alpha = \text{const}$, примитивный поток переходит в простейший с параметром $\lambda = N\alpha$. Практически уже при $N \geqslant 300$—500 (в зависимости от величины α и максимального значения i) можно пользоваться более простой моделью простейшего потока. Вносимая при этом погрешность невелика.

1.9. СГЛАЖЕННЫЙ ПОТОК

Поток, пропущенный через j ($j = 1, 2, 3, \ldots$) ступеней искания и поступающий на $(j+1)$-ю ступень коммутационной системы, называется сглаженным и сглаженным пуассоновским, если на первую ступень поступает простейший поток.

Любой пучок линий по своему действию подобен клапану, который пропускает на следующую ступень все поступающие вызовы до тех пор, пока хотя бы одна линия пучка свободна (для упрощения предполагается, что пучок полнодоступный), и закрывается при занятости всех линий. Поэтому, если на пучок поступает простейший поток с параметром λ, параметр потока на выходе пучка будет иметь одно из двух значений — λ или 0. Предположим теперь, что ступень искания состоит из N одинаковых пучков емкостью v линий и на каждый пучок поступает простейший поток с параметром λ. Тогда сглаженный поток на выходе ступени будет иметь параметр $\Lambda_i = \lambda(N - i)$, где i — число пучков, в которых за-

няты все v линий. Данный поток является прямым обобщением примитивного потока. При $v=1$ получается модель примитивного потока, а ступень искания превращается в N абонентских линий, на каждую из которых поступает простейший поток с параметром λ.

Сглаженный поток относится к классу потоков с простым последействием, поскольку параметр его зависит от состояния системы обслуживания. Данное последействие, как и в случае примитивного потока, однако в меньшей степени, способствует увеличению пропускной способности следующей ступени искания. Дисперсия числа вызовов за промежуток t для сглаженного пуассоновского потока меньше матожидания. Сглаживанию поток подвергается в основном в те промежутки, когда поступает много вызовов. В результате число вызовов по временным промежуткам несколько выравнивается и дисперсия уменьшается быстрее матожидания.

1.10. ПОТОК С ПОВТОРНЫМИ ВЫЗОВАМИ

Поток с повторными вызовами состоит из потока первичных вызовов (по своим свойствам простейший, примитивный или нестационарный пуассоновский) и потока повторных вызовов. Повторный вызов возникает как результат потери предыдущего первичного или повторного вызова и является реакцией источника на работу системы обслуживания. Параметр потока повторных вызовов определяется числом источников, повторяющих вызовы, и равен произведению числа таких источников j на интенсивность одного источника β. Это равносильно предположению, что промежуток, предшествующий поступлению повторного вызова, распределен по показательному закону с параметром β.

Параметр общего потока равен сумме параметров потоков первичных и повторных вызовов и в случае примитивного потока первичных вызовов

$$\lambda_{ij}=\alpha(N-i-j)+\beta j, \tag{1.20}$$

где i — число источников, занятых обслуживанием; j — число источников, повторяющих вызовы; α — интенсивность свободного источника; β — интенсивность источника, повторяющего вызовы. Параметр потока с повторными вызовами полностью определяется состоянием обслуживающей системы, т. е. информацией о числе занятых источников i и числе источников повторных вызовов j. Поэтому данный поток относится к классу потоков с простым последействием, и его можно рассматривать как обобщение примитивного потока. При равных интенсивностях свободного источника и источника повторных вызовов ($\beta=\alpha$) поступающие вызовы в вероятностном смысле становятся неразличимыми и поток с повторными вызовами переходит в примитивный (1.17).

Поскольку обычно $\beta \gg \alpha$ (для абонентов местных телефонных сетей примерно в 50—100 раз), поток с повторными вызовами об-

ладает повышенным по сравнению с потоком первичных вызовов числом коротких промежутков z между вызовами, что увеличивает дисперсию z. Существует заметная корреляция между значением z и состоянием обслуживающей системы: чем больше занято линий, тем больше число источников повторных вызовов и соответственно меньше значение z. Это обостоятельство приводит к увеличению потерь.

При анализе общего потока вызовов часто возникает задача отделения повторных вызовов от первичных и оценки величин α и β. В качестве признака повторного вызова можно использовать величину промежутка z, предшествующего поступлению вызова от источника. Предположим, что исследуется поток вызовов от N источников и известны момент поступления каждого вызова и номер источника, его пославшего. Тогда, задавшись граничным значением $z_г$, можно для каждого источника отделить вызовы с промежутками $z \leqslant z_г$, полагая их повторными, а оставшиеся вызовы отнести к первичным. Значение $z_г$ следует подобрать таким образом, чтобы первичные вызовы образовывали поток, близкий по своим свойствам к модели примитивного или простейшего потока (в зависимости от значения N). Подобная процедура применялась на практике и дала хорошие результаты.

Для потока с повторными вызовами дисперсия Dx числа вызовов x, поступающих в промежутке t, заметно превышает математическое ожидание Mx. Отношение Dx/Mx увеличивается с ростом величины потерь и интенсивности повторения. В табл. 1.1 приведены результаты исследования по 15-минутным интервалам потока с повторными вызовами, обслуживаемого полнодоступным пучком емкостью 20 линий. Поток первичных вызовов предполагался простейшим, время обслуживания одного вызова — показательным со средним значением $h=1$ мин. Результаты получены для двух значений параметра потока первичных вызовов $\lambda=720$ и 840 выз/ч. Соответственно за $t=15$ мин в среднем поступает $Mx_1=180$ и 210 первичных вызовов. Повторных вызовов за $t=15$ мин в среднем поступает относительно немного ($Mx_2=Mx-Mx_1$), однако распределены они по временным интервалам весьма неравномерно. Отказы в соединении возникают в основном в интервалах с большой концентрацией первичных вызовов. Повторный вызов,

Таблица 1.1

β, выз/мин	$Mx_1=180$				$Mx_1=210$			
	Mx	Dx/Mx	$P_{в1}$	$P_{в2}$	Mx	Dx/Mx	$P_{в1}$	$P_{в2}$
0	181,8	1,0	0,010	0,010	218	1,0	0,038	0,038
0,5	182,3	1,2	0,012	0,084	221	2,2	0,044	0,131
2	183,3	1,4	0,014	0,245	226	4,2	0,053	0,322
5	185,2	3,2	0,016	0,434	237	12	0,063	0,517
10	188,1	3,8	0,018	0,595	255	23	0,071	0,667

поступая через короткий промежуток ($\bar{t}_п = 1/\beta$) после получения отказа, как правило, «успевает» в этот же интервал, дополнительно увеличивая концентрацию вызовов. Если рассмотреть последовательность 15-минутных промежутков, то повторные вызовы оказываются сгруппированными в небольшом числе промежутков с большой концентрацией вызовов. В этом причина увеличения дисперсии Dx общего потока, а также вероятности потери повторного $P_{в2}$ и в определенной мере первичного $P_{в1}$ вызовов. С уменьшением интенсивности повторения распределение повторных вызовов по временны́м интервалам несколько выравнивается, приближаясь к пуассоновскому. При $\beta = \alpha \to 0$ поток повторных вызовов будет простейшим.

Рассмотренные повторные вызовы относятся к категории собственных, поскольку они возвращаются на тот же пучок линий, на котором предыдущая попытка установить соединение окончилась неудачей. Существуют также проходящие для данного пучка повторные вызовы. Причиной их возникновения является отказ в обслуживании на последующих этапах соединения, в том числе из-за занятости и неответа абонента. Суммарная вероятность потери любого вызова (первичного или повторного) на последующих этапах бывает довольно высокой ($P_в = 0{,}3 \ldots 0{,}5$), поэтому поток проходящих повторных вызовов часто достигает большой интенсивности. Под его воздействием заметно снижается дисперсия общего потока, поскольку распределение проходящих повторных вызовов по временны́м интервалам близко к пуассоновскому.

Влияние потока проходящих повторных вызовов на свойства общего потока эквивалентно уменьшению интенсивности повторения в соотношении $\beta_э = \beta(1 - P_в)$. Здесь β — интенсивность повторения собственных повторных вызовов; $P_в$ — суммарная вероятность потери вызова на последующих этапах соединения. Вероятности потерь первичных и собственных повторных вызовов при этом также снижаются. Последействие потоков собственных и проходящих повторных вызовов имеет различный характер — собственный повторный вызов поступает через короткий промежуток после состояния занятости или недоступности линий в пучке, а проходящий повторный вызов — после освобождения одной из линий пучка. Поэтому с уменьшением промежутка повторения вероятность потери собственного повторного вызова возрастает, а проходящего, наоборот, уменьшается.

1.11. ПОТОК ОСВОБОЖДЕНИЙ

Последовательность моментов окончания обслуживания вызовов образует поток освобождений. Свойства потока освобождений в общем случае зависят от свойств поступающего потока вызовов, качества работы коммутационной системы и закона распределения времени обслуживания.

Время обслуживания поступившего вызова может быть детерминированным или случайным. Детерминированное время задается последовательностью величин h_k, характеризующих длительность обслуживания k-го вызова или k-й группы вызовов. При $h_k = h$ время обслуживания называется постоянным. Детерминированное время обслуживания характерно для маркеров координатной АТС и для процессоров АТС с программным управлением. В остальных случаях время обслуживания, как правило, величина случайная.

Случайное время обслуживания задается законом или плотностью распределения. Наиболее простым и самым распространенным законом распределения случайного времени обслуживания является показательный $P(\xi < t) = 1 - e^{-t/h}$, где h — среднее время обслуживания. Выбор данного закона обусловлен доказанным ранее (§ 1.4) замечательным свойством показательного распределения. В применении ко времени обслуживания оно гласит: закон распределения оставшейся части длительности обслуживания не зависит от продолжительности уже прошедшей. Исследования реальных законов распределения времени обслуживания показывают приемлемость в ряде случаев (в зависимости, конечно, от требуемой точности аппроксимации) показательного распределения, в других случаях требуются более сложные распределения. На рис. 1.7 в качестве примера приведены гистограммы, построенные по результатам измерений на АТС длительностей занятий и разговоров. Для сравнения на гистограммы нанесены кривые плотностей соответствующих показательных распределений. Заметны определенные расхождения между теоретической кривой и экспериментальными данными, особенно в области малых значений t. Лучшего соответствия при необходимости можно достичь, если для аппроксимации применять более сложные распределения, основанные на композициях и смешивании показательных законов (см. § 1.12 и [27]).

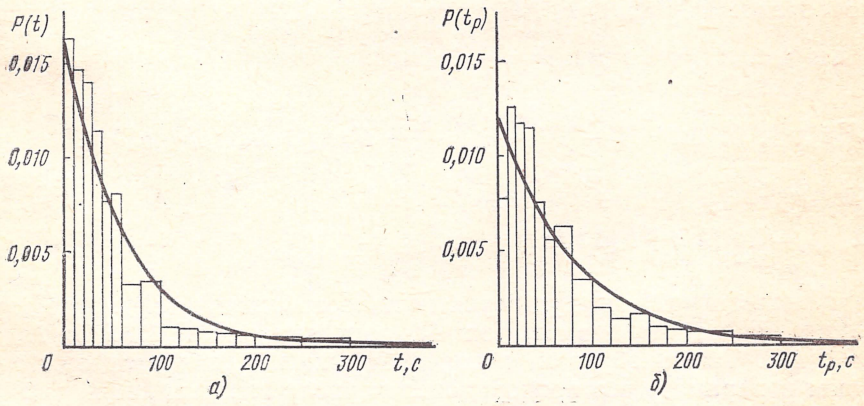


Рис. 1.7. Гистограммы измерений длительности занятий при $h = 60{,}3$ с, $\sigma = 84{,}4$ (*а*) и разговоров при $h = 81{,}2$ с, $\sigma = 90{,}1$ (*б*)

При постоянном времени обслуживания всех вызовов без потерь свойства потока освобождений совпадают со свойствами потока вызовов. Происходит только сдвиг по времени на величину h между моментом поступления вызова и моментом окончания его обслуживания. Однако в реальных системах всегда возникают потери или задержки в обслуживании, что, несомненно, оказывает влияние на свойства потока освобождений. Основное свойство показательного распределения обусловливает полную независимость моментов окончания обслуживания от моментов начала обслуживания поступающих вызовов. Поэтому свойства потока освобождений в этом случае не зависят от свойств поступающего потока вызовов и от качества работы коммутационной системы и полностью определяются числом обслуживаемых вызовов. Если в коммутационной системе занято k линий (k источников находится на обслуживании), то вероятность освобождения i линий за промежуток t можно рассматривать как i успешных испытаний среди общего числа k независимых испытаний и определить согласно распределению Бернулли $P(i, k, t) = C^i_k p^i (1-p)^{k-i}$, где p — вероятность освобождения одной конкретной линии за время t.

При показательном законе распределения времени обслуживания $p = P(\xi < t) = 1 - e^{-t/h}$. Тогда.

$$P(i, k, t) = C^i_k [1 - e^{-t/h}]^i e^{-(k-i)t/h}. \qquad (1.21)$$

Вероятность того, что за время t не освободится ни одна из занятых линий, $P(0, k, t) = e^{-kt/h}$, а вероятность того, что освободится хотя бы одна линия,

$$P(i \geqslant 1, k, t) = 1 - P(0, k, t) = 1 - e^{-kt/h}. \qquad (1.22)$$

По определению параметр потока освобождений при занятости k линий

$$\lambda_{k\ \text{осв}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(i \geqslant 1, k, \Delta t)}{\Delta t}.$$

Вероятность $P(i \geqslant 1, k, \Delta t)$ находим из (1.22) с учетом разложения функции e^{-x} в ряд $\sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j x^j / j!$:

$$P(i \geqslant 1, k, \Delta t) = 1 - \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \left(\frac{k \Delta t}{h}\right)^i \Big/ j! = k \Delta t / h + o(\Delta t).$$

Тогда

$$\lambda_{k\ \text{осв}} = \lim_{\Delta t \to 0} [k/h + o(\Delta t)/\Delta t] = k/h. \qquad (1.23)$$

Аналогично, исследуя вероятность освобождения не менее двух линий за малый промежуток Δt, получаем, что $P(i \geqslant 2, k, \Delta t) = o(\Delta t)$. Таким образом, поток освобождений является ординарным и параметр его пропорционален числу занятых линий (источников). Коэффициентом пропорциональности служит величина, обратная среднему времени обслуживания, которую можно интер-

претировать как интенсивность источника в занятом состоянии. Следовательно, поток освобождений по своим свойствам подобен примитивному потоку.

Однако если коммутационная система работает таким образом, что освободившаяся линия тут же занимается новым вызовом, поток освобождений обладает постоянным параметром v/h (где v — общее число линий в системе) и по своим свойствам является простейшим. В этом случае вероятность того, что за промежуток t произойдет i освобождений,

$$P_i(t) = \left(\frac{vt}{h}\right)^i e^{-\frac{vt}{h}} \Big/ i!. \qquad (1.24)$$

В теории распределения информации для упрощения расчетных формул величина h — среднее время обслуживания — принимается за условную единицу времени (у.е.в.).

1.12. ПОТОК С ОГРАНИЧЕННЫМ ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ

Ординарный поток, промежутки между вызовами в котором $z_1, z_2, \ldots, z_k$ образуют последовательность взаимно независимых случайных величин, называется потоком с ограниченным последействием. Для однозначного описания данного потока достаточно задать семейство функций распределения случайных величин z_k: $F_k(t) = P(z_k < t)$. У потока с ограниченным последействием вероятность поступления нового вызова в промежуток τ зависит только от расположения промежутка τ по отношению к моменту поступления последнего вызова и не зависит от времени поступления всех остальных. Для этих потоков в момент поступления вызова будущее не зависит от прошлого и все последействие ограничивается величиной промежутка между вызовами.

Особое место среди потоков с ограниченным последействием занимают рекуррентные потоки, у которых все промежутки между вызовами, включая первый, имеют одинаковое распределение $F_k(t) = F(t)$ при $k \geqslant 1$, и рекуррентные потоки с запаздыванием, у которых только первый промежуток имеет распределение, отличное от других. Рекуррентные потоки с запаздыванием задаются соответственно двумя функциями распределения $F_1(t)$ и $F(t) = F_k(t)$ при $k \geqslant 2$. Функция $F_1(t)$ характеризует распределение промежутка времени от произвольно выбранного начала отсчета t_0 до момента поступления первого вызова.

Можно показать, что стационарный рекуррентный поток будет простейшим. Стационарный рекуррентный поток с запаздыванием называют потоком Пальма. Поток Пальма задается условной вероятностью $\varphi_0(t)$ отсутствия вызовов в промежутке длиной t, если в начальный момент этого промежутка поступил вызов. Тогда:

$$P(z_1 < t) = \lambda \int_0^t \varphi_0(u)\,du; \quad P(z_k < t) = 1 - \varphi_0(t), \quad k \geqslant 2.$$

Здесь λ — параметр, или интенсивность, потока Пальма, $\lambda = 1/\bar{z}$. Поток Пальма является обобщением простейшего потока. При $\varphi_0(t) = e^{-\lambda t}$ получается простейший поток, поскольку все промежутки, включая первый, распределены по показательному закону. Модель потока Пальма хорошо описывает поток необслуженных коммутационной системой вызовов. Приведем теорему Пальма: если на коммутационную систему с явными потерями поступает поток Пальма и время обслуживания распределено по показательному закону, поток необслуженных вызовов также является потоком Пальма.

В частности, если поступающий поток вызовов будет простейшим, поток потерянных вызовов все же будет обладать ограниченным последействием и по своим свойствам будет потоком Пальма. Модель потока Пальма используется для расчета неполнодоступных включений, сетей с обходами, многоступенчатых систем. Определенную сложность при этом представляет то обстоятельство, что при объединении двух и более независимых потоков Пальма суммарный поток по своим свойствам будет отличаться от потока Пальма. Однако при разделении потока Пальма на несколько направлений таким образом, что с вероятностью p_i вызов поступает на i-е направление, поток в i-м направлении также будет потоком Пальма.

Понятие «поток Пальма» объединяет широкий класс потоков, отличающихся друг от друга используемым законом распределения промежутков между вызовами. Одним из примеров потока Пальма является поток Эрланга, образуемый просеиванием простейшего потока. Если из последнего выбросить каждый второй вызов, оставшиеся вызовы образуют поток Эрланга второго порядка. Поток Эрланга третьего порядка получится, если сохранить в простейшем потоке каждый третий вызов. Потоком Эрланга n-го порядка называется поток, получаемый из простейшего, если сохранить каждый n-й вызов, а остальные выбросить. Очевидно, протейший поток можно рассматривать как поток Эрланга первого порядка.

Промежутки между вызовами в потоке Эрланга не зависимы между собой и одинаково распределены, поскольку они получаются суммированием одинакового числа независимых промежутков исходного простейшего потока. Найдем закон распределения промежутка z_n между вызовами в потоке Эрланга n-го порядка.

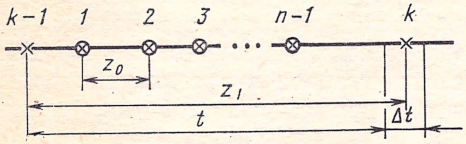


Рис. 1.8. К определению потока Эрланга

На рис. 1.8 показаны $(k-1)$-й и k-й вызовы потока Эрланга и $n-1$ отброшенных вызовов исходного простейшего потока. Плотность распределения величины z_n обозначим через $p_n(t)$. Это означает, что с вероятностью $p_n(t)\Delta t$ величина z_n принимает значение между t и $t+\Delta t$. Для этого необходимо, чтобы одновременно произошли два события: k-й вызов попал в промежуток $[t, t+\Delta t)$ (вероятность данного события равна $\lambda\Delta t$) и в промежуток длиной t поступил $n-1$ вызов исходного простейшего потока. Тогда, перемножая вероятности этих событий и сокращая на Δt, получаем

$$p_n(t)=\frac{\lambda(\lambda t)^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\lambda t}. \qquad (1.25)$$

Распределение с плотностью (1.25) есть закон Эрланга n-го порядка. При $n=1$ он превращается в известный показательный закон (1.11). Математическое ожидание и дисперсию величины z_n удобно определить в соответствии с теоремой сложения математических ожиданий и дисперсий независимых случайных величин, т. е. промежутков исходного простейшего потока: $Mz_n=nMz_1=n/\lambda$; $Dz_n=nDz_1=n/\lambda^2$.

Параметр потока Эрланга n-го порядка $\Lambda_n=1/Mz_n=\lambda/n$. Следовательно, с ростом n увеличиваются математическое ожидание и дисперсия промежутка z_n, а параметр потока падает. Изменим масштаб времени, чтобы математическое ожидание промежутка z_n и параметр потока Λ_n оставались неизменными, не зависимыми от n. Для этого введем $\tilde{z}_n=z_n/n$. Поток с промежутками между вызовами $\tilde{z}_n$ назовем **нормированным потоком Эрланга n-го порядка** (рис. 1.9,*б*). Плотность распределения промежутка $\tilde{z}_n$, математическое ожидание и дисперсия

$$\tilde{p}_n(t)=\frac{n\Lambda_n(n\Lambda_n t)^{n-1}}{(n-1)!}e^{-n\Lambda_n t};$$

$$M\tilde{z}_n=1/\Lambda_n; \quad D\tilde{z}_n=1/n\Lambda_n^2.$$

С увеличением n дисперсия $D\tilde{z}_n$ неограниченно убывает и нормированный поток Эрланга приближается к детерминированному с постоянными промежутками $1/\Lambda_n$. Таким образом, используя модель нормированного потока Эрланга при различных значениях n, можно получить любую степень случайности: от потока чистой случайности (простейший поток) до детерминированного. Однако при этом всегда сохраняется жесткая функциональная связь между математическим ожиданием и дисперсией промежутка между вызовами: $nD\tilde{z}_n=M^2\tilde{z}_n$. Это затрудняет замену реального потока с ограниченным последействием и произвольным соотношением между Mz и Dz потоком Эрланга.

Обобщим рассмотренную модель потока. Предположим, что промежуток между вызовами z_n есть сумма n случайных величин, каждая из которых распределена по показательному закону со своим параметром $\lambda_i\,(i=\overline{1, n})$. Подобный поток называется

обобщенным потоком Эрланга n-го порядка (рис. 1.9,*в*). В качестве примера приведем закон и плотность распределения, а также математическое ожидание и дисперсию промежутка z_2 для обобщенного потока Эрланга 2-го порядка:

$$\left.\begin{aligned} &P(z_2<t)=1-(\lambda_2 e^{-\lambda_1 t}-\lambda_1 e^{-\lambda_2 t})/(\lambda_2-\lambda_1);\\ &p(t)=\lambda_1\lambda_2(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t})/(\lambda_2-\lambda_1);\\ &Mz_2=1/\lambda_1+1/\lambda_2;\quad Dz_2=1/\lambda_1^2+1/\lambda_2^2. \end{aligned}\right\} \qquad (1.26)$$

Использование обобщенных потоков Эрланга несколько расширяет возможности аппроксимации реальных потоков с ограниченным последействием, однако и в этом случае сохраняется соотношение $Dz_n \leqslant M^2 z_n$.

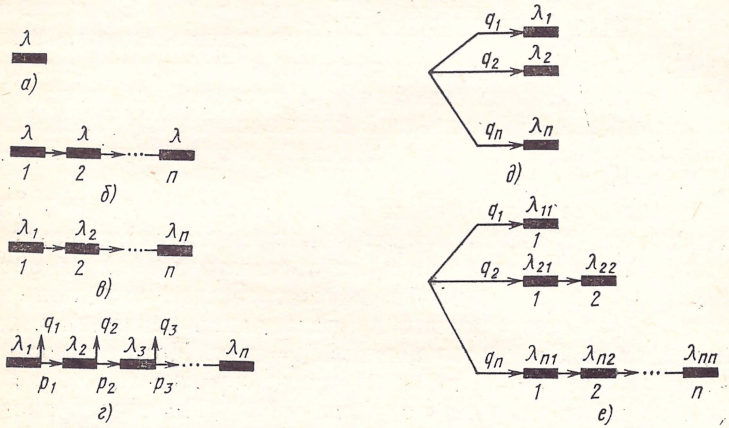


Рис. 1.9. Законы распределения промежутков между вызовами: показательный (*а*); Эрланга (*б*), обобщенный Эрланга (*в*), комбинированный показательный (*г*), гиперэкспоненциальный (*д*) и гиперэрланговский (*е*)

Модель потока с промежутками между вызовами, распределенными по комбинированному показательному закону (рис. 1.9,*г*), свободна от указанного ограничения. Пусть промежуток z_n состоит из случайного числа фаз, каждая из которых распределена по показательному закону с параметром $\lambda_k (k=\overline{1, n})$. После k-й фазы с вероятностью q_k поступает вызов, а с вероятностью p_k наступает следующая $(k+1)$-я фаза. Максимально возможное число фаз $n (q_n=1,\ p_n=0)$. В простейшем случае при $n=2$ имеем

$$\left.\begin{aligned} &P(z_2<t)=q_1(1-e^{-\lambda_1 t})+p_1[1-(\lambda_2 e^{-\lambda_1 t}-\lambda_1 e^{-\lambda_2 t})/(\lambda_2-\lambda_1)];\\ &p(t)=q_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}+p_1\lambda_1\lambda_2(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t})/(\lambda_2-\lambda_1);\\ &Mz_2=1/\lambda_1+p_1/\lambda_2;\quad Dz_2=1/\lambda_1^2+p_1(1+q_1)/\lambda_2^2. \end{aligned}\right\} \qquad (1.27)$$

Несложно проверить, что при $q_1\lambda_1<\lambda_2$ имеет место $M^2 z_2 > Dz_2$, а при $q_1\lambda_1>\lambda_2$ — обратное соотношение. Изменяя параметры q_r, p_r и λ_r, можно подобрать поток с любыми заданными значениями любого числа моментов величины z_n.

Следующей широко используемой моделью потока Пальма является прерывистый пуассоновский поток n-го порядка. Промежутки между вызовами в данном потоке распределены по гиперэкспоненциальному (смешанному показательному) закону. При $n=2$

$$\left.\begin{aligned}
&P(z_2<t)=q_1(1-e^{-\lambda_1 t})+q_2(1-e^{-\lambda_2 t}), \quad q_1+q_2=1;\\
&p(t)=q_1\lambda_1 e^{-\lambda_1 t}+q_2\lambda_2 e^{-\lambda_2 t};\\
&Mz_2=q_1/\lambda_1+q_2/\lambda_2;\\
&Dz_2=q_1/\lambda_1^2+q_2/\lambda_2^2+q_1 q_2(\lambda_1-\lambda_2)^2/\lambda_1^2\lambda_2^2.
\end{aligned}\right\} \qquad (1.28)$$

Распределение (1.28) имеет следующую интерпретацию: с вероятностью q_1 промежуток между вызовами распределен по показательному закону с параметром λ_1, а с вероятностью q_2 — по показательному закону с параметром λ_2. Аналогично в общем случае рассматриваются n вероятностей $q_1, q_2, \ldots, q_n$ и n показательных распределений с параметрами $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ (рис. 1.9,*д*). Распределение (1.28) при $\lambda_1=\lambda_2=\lambda$ переходит в показательное, а при $q_1=\lambda_2/(\lambda_2-\lambda_1)$ и $q_2=\lambda_1/(\lambda_1-\lambda_2)$ — в обобщенное распределение Эрланга 2-го порядка (1.26). При этом один из коэффициентов q принимает отрицательное значение, а другой — положительное больше единицы. Из (1.28) можно также получить распределение (1.27), заменив q_1 и q_2 коэффициентами q'_1 и q'_2, где $q'_1=q_1+p_1\lambda_2/(\lambda_2-\lambda_1)$ и $q'_2=p_1\lambda_1/(\lambda_1-\lambda_2)$. Несложно проверить, что при положительных коэффициентах q_1 и q_2 для распределения (1.28) имеет место неравенство $Dz_2>M^2z_2$, а при одном из q отрицательном — противоположное неравенство.

Рассматриваемый поток может быть образован при пропускании простейшего потока с параметром Λ через ключ. Длительности промежутков включения и выключения ключа распределены по показательному закону с параметрами соответственно ω и g. Физической интерпретацией ключа может служить однолинейная система с явными потерями, на которую поступает простейший поток вызовов с параметром g, а среднее время обслуживания вызовов $1/\omega$. При занятости линии ключ открыт и простейший поток с параметром Λ поступает на систему обслуживания, при свободности линии ключ закрыт и поток не поступает. При этом параметры распределения (1.28) равны: $q_1=(\Lambda-\lambda_2)/(\lambda_1-\lambda_2)$; $q_2=(\lambda_1-\Lambda)/(\lambda_1-\lambda_2)$;

$$\lambda_{1,2}=[\Lambda+\omega+g\pm\sqrt{(\Lambda+\omega+g)^2-4\Lambda\omega}]/2.$$

Если ключ построить на основе n-линейной системы, то поток на выходе ключа будет иметь гиперэкспоненциальное распределение промежутков между вызовами $(n+1)$-го порядка.

По аналогии с гиперэкспоненциальным распределением можно ввести гиперэрланговское n-го порядка (рис. 1.9,*е*). Оно имеет следующую интерпретацию: с вероятностью q_1 промежуток между вызовами распределен по обобщенному распределению Эрланга 1-го порядка (показательное распределение), с вероят-

ностью q_2 — по обобщенному распределению Эрланга 2-го порядка и т. д. При $n=2$:

$$
\begin{aligned}
&P(z_2<t)=q_1(1-e^{-\lambda_{11}t})+q_2[1-(\lambda_{22}e^{-\lambda_{21}t}-\\
&-\lambda_{21}e^{-\lambda_{22}t})/(\lambda_{22}-\lambda_{21})];\\
&p(t)=q_1\lambda_{11}e^{-\lambda_{11}t}+q_2\lambda_{21}\lambda_{22}(e^{-\lambda_{21}t}-e^{-\lambda_{22}t})/(\lambda_{22}-\lambda_{21}),\\
&q_1+q_2=1;\\
&Mz_2=q_1/\lambda_{11}+q_2(1/\lambda_{21}+1/\lambda_{22});\\
&Dz_2=q_1/\lambda_{11}^2+q_2\left(1/\lambda_{21}^2+1/\lambda_{22}^2\right)+\\
&+q_1q_2\frac{[\lambda_{22}^3(\lambda_{21}-\lambda_{11})^2-\lambda_{21}(\lambda_{22}-\lambda_{11})^2]}{\lambda_{11}^2\lambda_{21}^2\lambda_{22}^2(\lambda_{22}-\lambda_{21})}.
\end{aligned}
\tag{1.29}
$$

Распределение (1.29) можно получить из гиперэкспоненциального распределения 3-го порядка при $\lambda_1=\lambda_{11}$, $\lambda_2=\lambda_{21}$, $\lambda_3=\lambda_{22}$, $q_1=q'_1$, $q_2=q'_2\lambda_{22}/(\lambda_{22}-\lambda_{21})$, $q_3=q'_2\lambda_{21}/(\lambda_{21}-\lambda_{22})$. Коэффициенты q'_1 и q'_2 аналогичны q_1 и q_2 в распределении (1.29). Соответственно из гиперэкспоненциального распределения 4-го порядка можно получить гиперэрланговское 3-го порядка и т. д. Таким образом, гиперэкспоненциальное распределение с отрицательными коэффициентами q шире гиперэрланговского. Последнее, в свою очередь, можно рассматривать как непосредственное обобщение комбинированного показательного [ср. (1.27) и (1.29)].

Рассмотренные распределения промежутка между вызовами z представляют широкие возможности для аппроксимации реальных потоков Пальма. Используя физическую интерпретацию, можно подобрать необходимое распределение промежутков z и затем по результатам измерений определить необходимые параметры, сравнивая между собой, например, соответствующие теоретические и статистические моменты (математическое ожидание, дисперсию, асимметрию, эксцесс и т. д.). Однако предварительно необходимо убедиться в том, что исследуемый поток действительно относится к классу потоков Пальма, отсутствует корреляция между состоянием системы обслуживания и интенсивностью потока, поток стационарен и промежутки между вызовами образуют последовательность взаимно независимых величин.

Рассмотренные распределения можно также использовать для аппроксимации статистических распределений продолжительности занятия и разговора. Особенно удобно с точки зрения физической интерпретации использовать комбинированное показательное и гиперэкспоненциальное распределения [27].

ЗАДАЧИ

1.1. В телеграфную аппаратную, где работают v операторов, через каждые t секунд поступает l телеграмм. Обработка одной телеграммы занимает h с. Определить свойства поступающего потока телеграмм. Найти необходимое со-

отношение между величинами t, l, h и v при условии, что к моменту поступления новой партии телеграмм все операторы будут свободны.

1.2. К оператору через каждые t секунд поступает телеграмма, обработка которой занимает h секунд. Определить соотношение между величинами t и h, необходимое для обслуживания телеграмм без задержки. В предположении чисто случайного поступления телеграмм определить вероятность задержки и среднее число задержанных в течение часа телеграмм при $t=240$ с и $h=180$ с.

1.3. Телефонистка справочного бюро в среднем выдает $\mu=15$ справок в час. Средняя продолжительность каждой справки $h=60$ с. Определить вероятность того, что случайно поступивший вызов получит отказ ввиду занятости телефонистки.

1.4. При спаренном включении телефонных аппаратов на один аппарат в среднем приходится $\mu_{1\,\text{исх}}=0{,}4$ исходящих и $\mu_{1\,\text{вх}}=0{,}3$ входящих разговоров в час, а на второй $\mu_{2\,\text{исх}}=0{,}6$ и $\mu_{2\,\text{вх}}=0{,}5$ соответственно. Среднее время занятия линии при разговоре $h=2$ мин. В предположении случайного поступления вызовов определить потери вызова для каждого вида связи. Временем занятия линии безуспешными вызовами пренебречь.

1.5. Построить распределение вероятностей $P_k(t)$ поступления k вызовов за промежуток $t=180$ с для простейшего потока с параметром $\lambda=160$ выз/ч. Указать максимальные значения вероятностей $P_k(t)$ и не менее восьми соседних значений. Построить также распределение вероятностей $P_{k\leqslant i}(t)$ поступления не менее i вызовов за промежуток t.

1.6. К абоненту в среднем поступает $\lambda=2$ выз/ч. В предположении простейшего поступающего потока определить вероятность одновременной пробы абонентской линии двумя ЛИ, если время пробы ограничено величиной $\tau=60$ с.

1.7. На двустороннюю межстанционную линию поступают два простейших потока вызовов с параметрами $\lambda_1=5$ выз/ч и $\lambda_2=6$ выз/ч. При занятии линии на противоположный конец передается сигнал блокировки. Время формирования сигнала $\tau=40$ мс. Определить вероятность встречного соединения, т. е. одновременного (за время τ) поступления вызовов с обоих концов свободной соединительной линии.

1.8. При расчете мощности зуммерного генератора на АТС допускается его перегрузка не более чем в пяти случаях из 10 000. Определить число вызовов, которые могут быть одновременно обслужены генератором, если емкость АТС $N=1000$ номеров, среднее число вызовов от одного источника $c=3{,}5$ выз/ч, а среднее время слушания сигнала «Ответ станции» $t=3$ с.

1.9. Коммутационное устройство обслуживает $N=20$ источников вызовов. Определить вероятности поступления одного и хотя бы одного вызова за промежуток $t=60$ с, если в начальный момент все источники были свободны. Интенсивность одного источника в свободном состоянии $\alpha=0{,}1$ выз/ч.

1.10. Определить вероятность того, что занятие прибора окончится в промежутке $[t_1, t_2)$, если время занятия каждого прибора распределено по показательному закону со средней длительностью $h=60$ с. Принять $t_1=40$ с и $t_2=80$ с.

1.11. На стативе занято $v=20$ приборов. Время занятия каждого прибора распределено по показательному закону со средней длительностью обслуживания $h=60$ с. Определить вероятность того, что за время $t=30$ с ни один прибор не освободится, освободится один прибор, освободится хотя бы один прибор, освободятся два прибора.

1.12. Сравнить квадрат математического ожидания и дисперсию промежутка z_2 у гиперэкспоненциального распределения (1.28) и доказать, что соотношение между ними зависит от знака коэффициентов q_1 и q_2.

1.13. Определить условия существования неравенств $M^2z_2 > Dz_2$ и $M^2z_2 < Dz_2$ для гиперэрланговского распределения (1.29).

1.14. Секундомером или другим способом измерить на АТС длительности занятия ШК (входа ступени ГИ) при разговоре, занятости и неответе абонента, а также длительность «чистого» разговора. Получить не менее 500 значений каждой измеряемой величины. Построить гистограммы (см. рис. 1.7) и, используя выражения (1.27) и (1.28), подобрать соответствующий закон распределения. Определить приемлемость показательного распределения.

1.15. Секундомером или другим способом измерить на АТС (удобно на маркере блока АИ) промежутки между вызовами. Получить не менее 500 значений измеряемой величины. Построить гистограмму (см. рис. 1.7), рассчитать математическое ожидание и дисперсию и определить приемлемость модели простейшего потока.

1.16. Измерить в период наибольшей нагрузки на одной из ступеней искания АТС число поступающих вызовов по 15-минутным интервалам. Измерения проводить не менее 10 рабочих дней. Рассчитать математическое ожидание и дисперсию, построить гистограмму и определить приемлемость модели простейшего потока.

ГЛАВА 2

НАГРУЗКА И ХАРАКТЕРИСТИКИ КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ

2.1. ДИСЦИПЛИНЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ

Поступающие потоки сообщений могут обслуживаться *без потерь* и *с потерями*. В первом случае для передачи каждого сообщения немедленно предоставляется требуемое соединение, а во втором — часть сообщений получает отказ в обслуживании или обслуживание их задерживается на некоторое время. По экономическим соображениям реальные коммутационные системы обычно проектируют с потерями. Потери сообщений бывают явные и условные.

Обслуживание с явными потерями предполагает, что сообщение и соответствующий ему вызов при получении отказа в немедленном соединении полностью теряются и на обслуживание больше не поступают, по крайней мере, в данную коммутационную систему.

Условные потери выражаются в задержке передачи сообщения сверх допустимого срока. Обслуживание с условными потерями может быть организовано по системе с ожиданием сое-

динения и с повторением вызовов. В первом случае задержанные источники становятся в очередь и обслуживаются по мере освобождения соединительных устройств. Очередь может быть общая или индивидуальная к каждому прибору или группе приборов (входов). Выбор источников из очереди может происходить в порядке поступления вызовов (упорядоченная очередь), в обратном порядке (реверсивная очередь), в случайном порядке (случайная очередь) и с приоритетами для некоторых категорий вызовов (относительный приоритет). Возможен также абсолютный приоритет, когда поступивший вызов при занятости всех доступных ему соединительных устройств прерывает обслуживание вызова более низкого приоритета и занимает его соединительный путь. Например, междугородный вызов может прервать установленное местное соединение.

Обслуживание с повторением вызовов является определенным обобщением дисциплины обслуживания с ожиданием. Необслуженные источники образуют как бы активную очередь и повторяют вызовы через случайные или детерминированные промежутки времени вплоть до установления соединения. При данной дисциплине разграничивают понятия потери вызовов и потери сообщений, поскольку потеря отдельных вызовов (попыток) не ведет к явной потере сообщения. Происходит только задержка обслуживания, т. е. возникают условные потери.

Дисциплина обслуживания с повторением вызовов математически более общая модель по сравнению с дисциплинами с явными потерями и ожиданием. С ростом интенсивности повторения промежутки между соседними попытками уменьшаются и при бесконечной интенсивности все попытки сливаются в непрерывное ожидание. С уменьшением интенсивности повторения сокращается различие по интенсивности между источниками первичных и повторных вызовов. При равных интенсивностях численные характеристики системы с повторением совпадают с соответствующими характеристиками системы с явными потерями. Объясняется это тем, что поскольку вероятностные свойства обоих потоков вызовов (первичных и повторных) стали одинаковыми, все поступающие вызовы можно рассматривать как новые, первичные, а задержанные сообщения как бы явно теряются.

Наряду с основными дисциплинами обслуживания — с явными и условными потерями — возможен ряд комбинированных. В системе с ожиданием часто ограничиваются время пребывания источника в очереди или длина очереди. Тогда часть поступающих сообщений обслуживается с ожиданием, а часть — с повторением или с явными потерями. При обслуживании с повторением возможны ограничения на число повторных попыток или число источников, повторяющих вызовы (длину очереди). При этом наряду с условными возникают явные потери сообщений. Характер накладываемых ограничений может быть детерминированным или случайным. В последнем случае задается соответствующий закон распределения случайной величины.

Модели систем с явными потерями и с повторением применяются для математического описания работы реальных систем с отказами, т. е. таких систем, где ожидание технически невозможно. В «чистом виде» обслуживание с явными потерями встречается редко. Примером может служить обслуживание вызовов в сети с обходами. Для прямого направления все сообщения, получившие отказ в обслуживании, будут явно потеряны и переданы через обходное направление. Однако чаще дисциплина с явными потерями сообщений используется для упрощенного описания реальных систем с возможностью повторения вызовов. При малых потерях вызовов ($P \leqslant 0{,}01$) применение модели с явными потерями дает вполне удовлетворительные для практики результаты. При расчете систем со сравнительно высокими потерями вызовов, когда поток повторных вызовов велик, а также при необходимости получения подробных качественных характеристик функционирования системы применяется математически более сложная модель с повторением. Системы с возможностью организации очереди описываются соответствующей моделью с ожиданием. Приоритетное обслуживание вызовов широко используется в междугородных телефонных и телеграфных сетях, а также в сетях передачи данных.

2.2. НАГРУЗКА, РАБОТА И ИХ ВИДЫ

Для характеристики процесса обслуживания вызовов коммутационной системой используются понятия нагрузки и работы. Нагрузка, а точнее обслуживаемая в момент времени t нагрузка, есть число $i(t)$ одновременно обслуживаемых вызовов или, что то же, число занятых линий, приборов, входов или выходов коммутационной системы в момент t. Для коммутационной системы следует различать нагрузку входов и выходов, так как из-за разного числа и разной длительности занятий нагрузка входов, как правило, больше нагрузки выходов.

Поскольку нагрузка — величина случайная, при теоретических исследованиях и расчетах используют ее математическое ожидание, дисперсию и моменты более высокого порядка. Математическое ожидание нагрузки $Y(t) = Mi(t) = \sum_{i=1}^{v} iP_i(t)$ называют интенсивностью нагрузки в момент t. Здесь $P_i(t)$ — вероятность занятия i ($i = \overline{0, v}$) линий в момент t в пучке емкостью v. При постоянной вероятности P_i в пределах некоторого промежутка интенсивность нагрузки также будет постоянной $Y = \sum_{i=1}^{v} iP_i$. При измерениях на конкретном пучке определяют среднюю интенсивность нагрузки как среднее число занятых линий за определенный промежуток времени. Интенсивность нагрузки измеряется в эрлангах (Эрл). Интенсивность нагрузки 1 Эрл созда-

ется непрерывно занятой линией. Соответственно интенсивность нагрузки 2 Эрл создается двумя занятыми линиями и т. д.

На рис. 2.1 на примере пятилинейного пучка показаны ступенчатая функция обслуженной нагрузки $i(t)$, средняя интенсивность обслуженной за промежуток $[t_1, t_2)$ нагрузки $Y(t_1, t_2)$ и длительности занятий каждой линии τ. Интеграл функции нагрузки

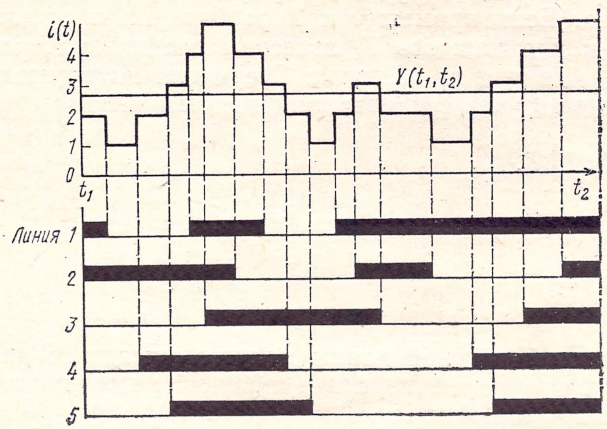


Рис. 2.1. Нагрузка и длительности занятий в пятилинейной системе

$i(t)$ за промежуток $[t_1, t_2)$ характеризует работу по передаче информации, выполненную системой обслуживания за этот промежуток. Как видно из рисунка, работа есть площадь фигуры, ограниченной осями координат и функцией нагрузки $i(t)$. Работа численно равна суммарному времени занятия всех линий за промежуток $[t_1, t_2)$:

$$\hat{Y}(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} i(t)\,dt = \sum_{j=1}^{v} \tau_j(t_1, t_2),$$

где $\tau_j(t_1, t_2)$ — суммарное время занятия j-й линии за промежуток $[t_1, t_2)$. Работу можно также определить как произведение средней интенсивности нагрузки $Y(t, t_2)$ в промежутке $[t_1, t_2)$ на величину промежутка, откуда $Y(t_1, t_2) = \hat{Y}(t_1, t_2)/(t_2 - t_1)$. Понятием работы, или интегральной нагрузки, широко пользуются при измерениях на сетях связи. Работа измеряется в часозанятиях. Одно часозанятие (ч-зан, или Эрл-ч) — это работа по передаче информации, выполняемая непрерывно занятой в течение часа линией. Работа, равная двум часозанятиям, выполняется двумя непрерывно занятыми в течение часа линиями либо одной линией, непрерывно занятой в течение двух часов и т. д. Если работу системы обслуживания в промежутке $[0, t)$ представить графически как функцию от t, получим быстро возрастающую ломаную линию, вершины которой соответствуют моментам изменения на-

грузки $i(t)$, а угол наклона звена ломаной к оси абсцисс в момент t определяется как $\operatorname{arctg} i(t)$.

Работа обладает свойством аддитивности: выполненную системой за непересекающиеся промежутки времени работу можно суммировать. По отношению к интенсивности нагрузки свойство аддитивности состоит в том, что можно суммировать средние интенсивности нагрузок разных пучков, определенные на одном и том же промежутке. Если промежуток T разбит на n промежутков $T_1, T_2, \ldots, T_n$ и для каждого T_i известны средние интенсивности нагрузок $Y(T_i)$, то для промежутка T средняя интенсивность нагрузки определяется как средневзвешенная величина:

$$Y(T) = \sum_{i=1}^{n} Y(T_i)\, T_i/T.$$

При равных промежутках, когда $T_i = T/n$,

$$Y(T) = \sum_{i=1}^{n} Y(T_i)/n.$$

Для промежутков T_i равной длины могут вычисляться дисперсия и другие моменты, характеризующие изменение интенсивности нагрузки во времени, например

$$DY(T_i) = \sum_{i=1}^{n} [Y(T_i) - Y(T)]^2/(n-1).$$

Дисперсию $DY(T_i)$ не следует смешивать с дисперсией нагрузки в момент времени t, определяемой как

$$Di(t) = \sum_{i=0}^{n} [i - Mi]^2 P_i(t).$$

Для удобства анализа теоретических моделей, а также для сравнительной оценки качества функционирования реальных систем обычно наряду с обслуженной нагрузкой и работой используют ряд расчетных величин, близких к ним по названию и форме определения. Нагрузка и работа, определенные для идеальной системы без потерь, называются потенциальными. Разность между потенциальной и обслуженной нагрузками в рассматриваемый момент времени носит название потерянной нагрузки. Аналогично определяется потерянная работа. Предполагаемое суммарное время обслуживания всех вызовов, поступающих в рассматриваемом промежутке времени, есть работа, поступающая в коммутационную систему. Производная от этой величины по времени есть поступающая нагрузка. Она численно равна произведению мгновенной интенсивности потока вызовов в рассматриваемый момент на среднее время одного занятия. Разность между поступающей и обслуженной нагрузками называется избыточной нагрузкой. Интенсивность поступающей или избыточной нагрузки 1 Эрл созда-

ется потоком поступающих или потерянных вызовов с интенсивностью один вызов за среднее время занятия.

В системе с повторением в соответствии с тремя потоками поступающих вызовов различают три вида поступающей нагрузки — первичную, повторную и общую. Кроме того, в системе с повторением при отсутствии явных потерь сообщений обслуженная нагрузка может быть выше потенциальной за счет частичного обслуживания (на время соединения) потерянных на последующих этапах соединения вызовов. В этом случае потерянная нагрузка определяется разностью между потенциальной нагрузкой и нагрузкой, создаваемой полностью обслуженными вызовами. Частично обслуженные вызовы создают дополнительную нагрузку. В системе с ожиданием рассматривают нагрузку ожидания, определяемую числом занятых комплектов ожидания в данный момент.

Для пуассоновских потоков и потоков с ограниченным последействием интенсивности потенциальной и поступающей нагрузок совпадают. Для потока с простым последействием, интенсивность которого зависит от состояния системы обслуживания и различна в системах с потерями и без потерь, интенсивность потенциальной нагрузки отличается от интенсивности поступающей. Так, для примитивного потока при одинаковой интенсивности вызовов источника в свободном состоянии интенсивность потока вызовов в системе с явными потерями всегда выше, чем в системе без потерь. Обусловлено это тем, что источник, получив отказ в соединении, становится свободным и наряду с остальными свободными источниками может посылать новые вызовы. Соответственно интенсивность поступающей нагрузки будет выше, чем потенциальной.

В системе с ожиданием, наоборот, источник, находясь в очереди, лишен возможности посылать новые вызовы и интенсивность потока вызовов снижается по сравнению с системой без потерь. Интенсивность поступающей нагрузки становится меньше интенсивности потенциальной. В системе с повторением интенсивность общей поступающей нагрузки всегда больше интенсивности потенциальной и величина ее растет с увеличением интенсивности повторения и нормы потерь вызовов. Интенсивность первично поступающей нагрузки совпадает с интенсивностью потенциальной, если первичный поток вызовов пуассоновский или с ограниченным последействием, и меньше интенсивности потенциальной при примитивном первичном потоке. Уменьшение интенсивности первично поступающей нагрузки в последнем случае обусловлено тем, что часть источников переходит в состояние повторения и не создает новых первичных вызовов.

2.3. ХАРАКТЕРИСТИКИ КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ

Для каждой дисциплины обслуживания вызовов характерны свои основные и вспомогательные показатели качества. В системе с явными потерями сообщений основной характеристикой качест-

ва обслуживания является вероятность потери поступившего вызова, а вспомогательными — вероятности потерь по времени и по нагрузке.

Вероятность потери вызова $P_в(t_1, t_2)$, поступившего в промежутке $[t_1, t_2)$, есть соотношение средних интенсивностей потоков потерянных и поступивших вызовов или равносильное соотношение интенсивностей избыточной и поступившей нагрузок в этом промежутке. Вероятность $P_в(t_1, t_2)$ совпадает с вероятностью явной потери поступившего сообщения.

Вероятность потерь по времени $P_t(t_1, t_2)$ в промежутке $[t_1, t_2)$ есть вероятность занятости в этом промежутке всех доступных источнику соединительных путей в требуемом направлении. Подобное состояние, когда заняты все доступные пути, называют состоянием насыщения, или «опасным временем» системы. Вероятность $P_t(t_1, t_2)$ характеризует потенциальную возможность потери вызова в промежутке $[t_1, t_2)$.

Вероятность потерь по нагрузке $P_н(t_1, t_2)$ в промежутке $[t_1, t_2)$ есть соотношение интенсивностей потерянной и потенциальных нагрузок в этом промежутке. При равенстве интенсивностей потенциальной и поступающей нагрузок $P_в(t_1, t_2) = P_н(t_1, t_2)$.

При теоретических исследованиях указанные характеристики определяют как для конечных, так и для бесконечных интервалов времени. При измерениях на реальных системах вычисляют частное значение потерь вызовов как долю потерянных вызовов за определенный промежуток времени и частное значение потерь по времени как долю рассматриваемого промежутка, когда заняты все доступные источнику соединительные пути в требуемом направлении. Потери по нагрузке являются абстрактной характеристикой и не измеряются.

В системе с повторением к основным характеристикам относятся: вероятность потери первичного вызова $P_{в1}(t_1, t_2)$, вероятность явной потери сообщения $\pi(t_1, t_2)$ (при наличии ограничений на число повторений или источников, повторяющих вызовы) и среднее время ожидания $\overline{\gamma}$. Вспомогательными характеристиками являются: вероятности потери повторного $P_{в2}(t_1, t_2)$ и любого $P_в(t_1, t_2)$ вызова, среднее число повторных попыток на одно установленное соединение $Q_1(t_1, t_2)$ и на один поступивший первичный вызов $Q_2(t_1, t_2)$. Могут также рассматриваться вероятности потерь по времени и по нагрузке.

Определения вероятностей потерь вызовов и сообщений, а также потерь по времени и нагрузке даются в основном аналогично предыдущему. Величины $Q_1(t_1, t_2)$ и $Q_2(t_1, t_2)$ определяются как отношения интенсивности поступающей нагрузки, созданной потоком повторных вызовов, к интенсивности соответственно обслуженной или первично поступающей нагрузки в рассматриваемом промежутке $[t_1, t_2)$. При отсутствии явных потерь сообщений

интенсивности первично поступающей и обслуженной нагрузок численно равны и соответственно $Q_1(t_1, t_2) = Q_2(t_1, t_2)$. При наличии явных потерь сообщений $Q_1(t_1, t_2) > Q_2(t_1, t_2)$. Среднее время ожидания соединения $\overline{\gamma} = Q_1(t_1, t_2)/\beta$, где β — интенсивность повторения вызовов.

В системе с ожиданием основными характеристиками являются вероятность ожидания $P(\gamma > 0)$, вероятность ожидания свыше допустимого времени $P(\gamma > t_д)$ для поступившего в рассматриваемом промежутке $[t_1, t_2)$ вызова, а также среднее время ожидания по отношению ко всем поступившим вызовам $\overline{\gamma}$ и по отношению только к задержанным $\overline{\gamma_з}$. Кроме того, могут определяться средняя длина очереди $\overline{S}$ и вероятность того, что длина очереди превышает заданное значение n. В комбинированной системе с ожиданием дополнительно рассматривается вероятность явной потери сообщения.

Для сравнения коммутационных систем вводится понятие пропускной способности системы. Под пропускной способностью коммутационной системы понимается интенсивность обслуженной этой системой нагрузки в рассматриваемом промежутке времени при заданном качестве обслуживания — вероятности потери вызова в системе с явными потерями, вероятности потери первичного вызова в системе с повторением или вероятности ожидания в системе с ожиданием. Пропускная способность коммутационной системы в общем случае зависит от свойств поступающего потока вызовов, закона распределения времени обслуживания, структуры и емкости коммутационной системы и способа включения ее выходов, дисциплины обслуживания вызовов и установленной нормы качества обслуживания. Структура коммутационной системы характеризуется большим количеством параметров: числом звеньев, числом и емкостью коммутаторов в каждом звене, способом связи коммутаторов соседних звеньев между собой и т. д. Способ включения выходов коммутационной системы может быть полнодоступным и неполнодоступным. Неполнодоступное включение, в свою очередь, характеризуется доступностью, числом нагрузочных групп, способом занятия линий и т. д.

Наряду с пропускной способностью всей системы часто рассматривают пропускную способность отдельных линий и среднюю пропускную способность одной линии. Эти величины называют использованием и средним использованием линии.

2.4. ИЗМЕНЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ НАГРУЗКИ ВО ВРЕМЕНИ

Интенсивность нагрузки коммутационных систем и сетей связи, измеренная по 15-минутным или часовым интервалам, обладает резко выраженной нестационарностью. Она меняется по месяцам

года, дням недели и часам суток. Особенно значительны изменения интенсивности нагрузки в пределах суток. Обусловлено это в основном нестационарностью поступающего потока вызовов. Средняя длительность обслуживания одного вызова имеет более стабильный характер и менее подвержена колебаниям, хотя известно, например, что в вечернее время продолжительность разговора на местных телефонных сетях возрастает.

На рис. 2.2 в качестве примера показаны распределения интенсивностей исходящих нагрузок для двухтысячных абонентских

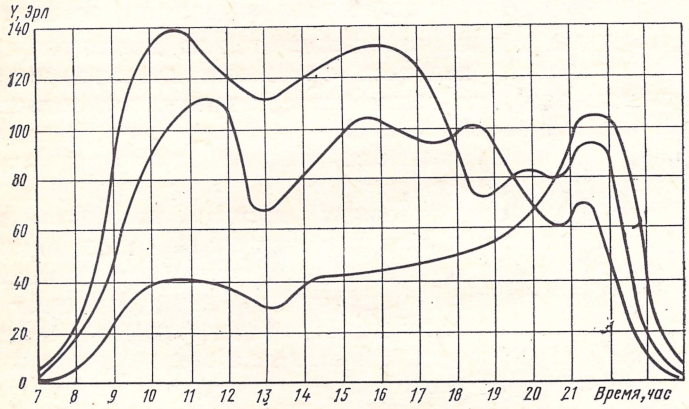


Рис. 2.2. Суточное распределение интенсивности нагрузки на трех различных АТС

групп трех различных городских АТС. На ход кривой суточного распределения интенсивности нагрузки оказывает влияние множество факторов, в частности структурный состав абонентов исследуемой группы (доля аппаратов квартирного, народнохозяйственного и административного секторов), ритм городской жизни (начало и конец рабочего дня, время обеденного перерыва), программа телевидения (во время трансляции концертов, кинофильмов и спортивных соревнований нагрузка обычно снижается, часто довольно заметно, и резко повышается по окончании передачи), день недели и число месяца (в конце месяца нагрузка несколько выше, чем в начале). Для большинства станций ГТС и СТС характерно наличие трех максимумов нагрузки: утреннего (9.00—11.00), послеобеденного (15.00—16.00) и вечернего (21.00—22.00). На АТС с преобладанием абонентов квартирного сектора первые два максимума обычно сглажены, а третий, вечерний, наиболее заметен (см. рис. 2.2).

При исследовании суточного распределения интенсивности нагрузки выделяют непрерывные промежутки длиной в час и три часа, когда интенсивность нагрузки максимальна Определяются час (ЧНН) и трехчасовой период (ПНН) наибольшей нагрузки с точностью до 15 мин. С этой целью интенсивность

нагрузки регистрируется каждые 15 мин и ее значения за каждые четыре соседних 15-минутных промежутка заносятся в специальную таблицу. Фрагмент подобной таблицы для ПНН (9.00—12.00) пучка линий одной из сельской АТС средней емкости показан в табл. 2.1. При расчете коммутационных систем и сетей связи исходят из интенсивности нагрузки статистического

Таблица 2.1

День измерений	Интенсивность нагрузки по часовым промежуткам, Эрл								
	9.00—10.00	9.15—10.15	9.30—10.30	9.45—10.45	10.00—11.00	10.15—11.15	10.30—11.30	10.45—11.45	11.00—12.00
1	19,67	20,38 *	18,68	17,94	16,86	15,66	15,30	14,50	15,90
2	16,88	19,03	19,15 *	18,38	17,03	16,20	15,45	15,69	15,16
3	15,30	17,70	19,03	19,26	19,69 *	18,99	17,94	17,48	17,57
4	17,73	18,98	20,21	20,50 *	18,92	19,32	18,65	18,48	18,71
5	21,30	22,15	23,03 *	22,30	21,20	21,15	19,54	18,47	18,68
6	17,94	17,94	15,79	17,17	17,35	18,05	18,48 *	15,76	15,59
7	16,65	19,35	21,68	21,82 *	20,52	19,85	18,63	18,66	18,61
8	17,19	18,51	19,06 *	17,86	16,58	16,01	15,96	16,60	16,03
9	17,70	19,82	20,04 *	18,89	18,28	17,48	16,98	16,84	16,09
10	19,64	21,27	21,63 *	21,49	20,59	19,54	18,56	17,11	17,34
11	17,86	19,55	20,82	20,89 *	19,39	19,04	18,06	16,51	15,40
12	18,81	20,24	20,62 *	19,57	18,52	17,92	16,84	15,78	15,00
13	17,35	19,24	19,84	19,11	17,97	19,37	20,28	21,63	21,82*
14	15,60	16,72	17,94	18,49 *	18,26	18,23	17,69	17,75	17,03
15	18,27	19,52	21,20 *	20,28	19,01	18,71	17,20	16,44	16,18
16	19,23	21,22	21,60 *	19,98	18,95	17,10	15,75	14,47	14,38
17	23,13	24,85	25,60 *	25,03	24,15	22,23	20,30	17,47	16,82
18	11,42	12,05	13,18	13,76	12,61	13,54	15,38	16,20	19,05*
19	17,93	19,46	19,96 *	17,77	16,48	16,28	15,66	15,66	16,03
20	17,83	20,13	21,80	22,42 *	21,46	21,16	20,92	19,92	18,63
21	18,05	19,22	19,69 *	17,92	15,48	14,30	13,28	13,15	14,39
22	15,72	17,62	18,59 *	18,36	17,21	16,14	15,72	15,18	15,39
$\bar{Y}_i$	17,78	19,32	19,96	19,51	19,36	18,01	17,39	16,81	16,82

ЧНН. Согласно рекомендациям МККТТ (Международный консультативный комитет по телеграфии и телефонии) статистическим ЧНН называется один и тот же для всех n ($n \geqslant 20$) дней измерений час суток, когда средняя интенсивность нагрузки максимальна. Измерения ЧНН производятся в рабочие дни дважды в год в месяцы наибольшей нагрузки. Определенный таким образом статистический ЧНН получил название фиксированного.

Обозначим через Y_{ij} интенсивность нагрузки в i-й ($i=\overline{1, m}$) час j-го ($j=\overline{1, n}$) дня. Тогда средняя за n дней интенсивность нагрузки в i-й час $\bar{Y}_i = \sum_{j=1}^{n} Y_{ij}/n$, а в фиксированный ЧНН

$\bar{Y}_{\text{ЧНН}} = \max\limits_{i \in m} \bar{Y}_i = \sum\limits_{j=1}^{n} Y_{i_{max}j}/n$. В рассматриваемом примере (см. табл. 2.1) фиксированный ЧНН начинается с 9.30 и $Y_{\text{ЧНН}} = 19{,}96$ Эрл. Как видно из табл. 2.1, ЧНН отдельных дней (отмечены звездочкой) не всегда совпадают со статистическими, сдвиг во времени достигает 90 мин и более. Колебания интенсивности нагрузки в пределах фиксированного ЧНН также довольно велики, статистическая дисперсия их $DY_{\text{ЧНН}} = 6{,}15$. В часовые интервалы, когда $Y_{ij} > \bar{Y}_{\text{ЧНН}}$, реально возникающие потери будут выше расчетных и, наоборот, ниже при $Y_{ij} < Y_{ij\,\text{ЧНН}}$.

Пример. Пусть при $Y_{\text{ЧНН}} = 19{,}96$ Эрл определена емкость полнодоступного пучка при расчетной норме потерь $P_{\text{в}} = 10‰$. В предположении обслуживания простейшего потока вызовов с явными потерями необходимо $v = 30$ линий, при этом расчетные потери $P_{\text{в}} = 9{,}3‰$ (см. табл. П2). Однако в отдельные дни даже в пределах фиксированного ЧНН реальные значения потерь будут отличаться от расчетных. Наименьшие значения приходятся на 6-й и 18-й дни (0,5 и 0,3‰), наибольшие — на 5-й и 17-й (40 и 112‰). Из-за нелинейности функции $P_{\text{в}} = f(Y)$ увеличение потерь по сравнению с расчетными происходит в большей степени, чем уменьшение. В результате усредненные за n дней потери будут почти вдвое превышать расчетные: $\bar{P}_{\text{в}} = 16{,}8‰$. За пределами фиксированного ЧНН также наблюдаются потери выше расчетных. Если исследовать 15-минутные интервалы времени, то в пределах любого часа обнаружатся колебания интенсивности нагрузки и потерь. Например, интенсивность нагрузки ЧНН 10-го дня $Y_{\text{ЧНН}10} = 21{,}63$ Эрл получается как среднее значение интенсивностей нагрузки 22,48; 21,00; 21,92 и 21,12 Эрл — четырех последовательных 15-минутных интервалов. Этим интенсивностям нагрузки соответствуют потери 31,2; 15,8; 25,0; 16,8‰.

Таким образом, поток вызовов в пределах фиксированного ЧНН и в ЧНН отдельных дней нестационарен. Это приводит к значительным колебаниям потерь вызовов во времени и росту средних потерь. Учесть нестационарность потока, используя существующие методы расчета, пока не удается. Поэтому оборудование АТС рекомендуется рассчитывать не по средним интенсивностям $\bar{Y}_{\text{ЧНН}}$, а по несколько большим, расчетным, величинам $Y_{\text{р}}$. В качестве расчетного значения предложено использовать 75%-ную квантиль закона распределения интенсивности нагрузки, что равносильно вероятностному соотношению $P(Y_{i_{max}j} \leqslant Y_{\text{р}}) = 0{,}75$. Тогда с вероятностью 0,75 реальные потери в пределах фиксированного ЧНН не превысят расчетных, а в остальных случаях превышение будет, как правило, незначительным.

Если предположить, что колебания интенсивности нагрузки относительно среднего значения $\bar{Y}_{\text{ЧНН}}$ происходят по нормальному закону со среднеквадратическим отклонением $\sigma Y_{\text{ЧНН}} = \sqrt{DY_{\text{ЧНН}}}$, то $Y_{\text{р}} = \bar{Y}_{\text{ЧНН}} + 0{,}674\sigma Y_{\text{ЧНН}}$. В результате исследования нагрузки на большом числе (>200) сельских АТС малой и средней емкости было получено множество пар значений $\bar{Y}_{\text{ЧНН}}$ и $\sigma Y_{\text{ЧНН}}$. Обработка этого множества с помощью метода наименьших квад-

ратов позволила получить следующую эмпирическую зависимость:

$$\sigma Y_{\text{ЧНН}} = 0{,}046\,\bar{Y}_{\text{ЧНН}} + 0{,}375\sqrt{\bar{Y}_{\text{ЧНН}}}. \qquad (2.1)$$

В соответствии с (2.1) $Y_{\text{р}} = 1{,}03\bar{Y}_{\text{ЧНН}} + 0{,}25\sqrt{\bar{Y}_{\text{ЧНН}}}$. Для рассматриваемого примера $Y_{\text{р}} = 21{,}67$ Эрл и соответственно $v = 32$ линии. Из табл. 2.1 видно, что только в двух случаях из 22 потери превысят расчетные (10‰) и составят 18,2‰ (5-й день) и 55‰ (17-й день).

На основе исследования нагрузки на станциях Ленинградской сети получена аналогичная зависимость для ГТС [28]: $Y_{\text{р}} = 1{,}06\,\bar{Y}_{\text{ЧНН}} + 0{,}27\sqrt{\bar{Y}_{\text{ЧНН}}}$.

В ряде стран в качестве статистического принят плавающий ЧНН. При этом интенсивность нагрузки $\bar{Y}_{\text{ЧНН}}$ находится как среднее значение интенсивностей нагрузок ежедневных ЧНН: $\bar{Y}_{\text{ЧНН}} = \sum_{j=1}^{n} Y_{\text{ЧНН}\,j}/n$. Для плавающего ЧНН характерны несколько большая по сравнению с фиксированным ЧНН интенсивность нагрузки $Y_{\text{ЧНН}}$ и, как правило, меньшая дисперсия $DY_{\text{ЧНН}}$. В рассматриваемом примере $\bar{Y}_{\text{ЧНН}} = 20{,}62$ Эрл и $DY_{\text{ЧНН}} = 2{,}95$.

Степень концентрации нагрузки в ЧНН и ПНН оценивается соответствующими коэффициентами концентрации $K_{\text{ЧНН}}$ и $K_{\text{ПНН}}$. Они могут определяться для конкретных суток, а также для среднестатистических суток на основе усредненных данных, полученных для достаточного большого периода, например месяца:

$$K_{\text{ЧНН}} = Y_{\text{ЧНН}} \Big/ \sum_{i=1}^{24} Y_i; \quad K_{\text{ПНН}} = \sum_{r=1}^{3} Y_r \Big/ \sum_{i=1}^{24} Y_i.$$

Значение этих коэффициентов зависит в первую очередь от структурного состава абонентов и составляет для различных сетей и станций $K_{\text{ЧНН}} = 0{,}08 \ldots 0{,}15$ и $K_{\text{ПНН}} = 0{,}2 \ldots 0{,}4$. Чем меньше коэффициенты концентрации, тем равномерней загружено оборудование и тем меньший объем его требуется для выполнения одной и той же работы в течение суток. Представляет также интерес отношение интенсивностей нагрузки в ЧНН и в ПНН: $\varphi = Y_{\text{ЧНН}}/Y_{\text{ПНН}} = 3K_{\text{ЧНН}}/K_{\text{ПНН}}$. По данным измерений на ГТС и СТС $\varphi = 1{,}05 \ldots 1{,}3$.

2.5. ВИДЫ ЗАНЯТИЙ И ИХ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ

Установленные соединения подразделяются на успешные, окончившиеся разговором (передачей сообщения), и безуспешные — из-за занятости или неответа вызываемого абонента (приемника сообщений), а также из-за ошибок в наборе номера или сбоев в работе станции. Кроме того, существуют соединения, не установленные из-за недобора и потерь вызовов вследствие занятости, недоступности или повреждений приборов соединительного тракта.

Число занятий, окончившихся занятостью $c_з$ и неответом $c_н$ вызываемого абонента, и число ошибочных соединений $c_{ош}$ удобно определять по отношению к числу успешных занятий $c_р$: $c_з=q_з c_р$, $c_н=q_н c_р$ и $c_{ош}=q_{ош} c_р$. Величина $q_з$ для абонентской линии зависит от интенсивности общей y и входящей $y_{вх}$ обслуженных абонентских нагрузок и относительной интенсивности повторения вызовов β:

$$q_з=y(1+q_н)[1/(1-y)+\beta/(1-y_{вх})]. \qquad (2.2)$$

Здесь $\beta=\bar{t}/t_п$; $\bar{t}$ — среднее время занятия абонентской линии; $\bar{t}_п$ — среднее значение промежутка, предшествующего поступлению повторного вызова. При $y=0{,}08$ Эрл, $y_{вх}=0{,}04$ Эрл, $\bar{t}=2$ мин, $q_н=0{,}4$ в соответствии с (2.2) получаем: $q_з=0{,}35$ при $\bar{t}_п=1$ мин; $q_з=0{,}59$ при $\bar{t}_п=30$ с; $q_з=1{,}06$ при $\bar{t}_п=15$ с. Первое слагаемое в (2.2) связано с потерей первичного вызова, второе — с потерей повторных вызовов. Как видно из приведенного примера, влияние второго слагаемого на значение $q_з$ более существенно, особенно с ростом β. Для абонентской группы емкостью N величина $q_з$ определяется как средневзвешенное значение величин $q_{зi}(i=\overline{1, N})$, рассчитанных для каждой абонентской линии:

$$q_з=\sum_{i=1}^{N} c_{зi} \Big/ \sum_{i=1}^{N} c_{рi}=\sum_{i=1}^{N} q_{зi}\, c_{рi} \Big/ \sum_{i=1}^{N} c_{рi}.$$

Если при занятости абонентской линии вызывающий абонент проявляет достаточную настойчивость, то при неответе обычно бывает не более одной повторной попытки. Поэтому величина $q_н$ зависит в основном от структурного состава абонентов станции — для квартирного сектора значение $q_н$ выше, чем для общественного. По данным измерений $q_н=0{,}2 \ldots 0{,}5$ и $q_з=0{,}3 \ldots 0{,}8$. Величина $q_{ош}$ зависит от нумерации сети и состояния оборудования и составляет $q_{ош}=0{,}01 \ldots 0{,}03$.

Число неустановленных соединений — недобор и потери вызовов — удобно характеризовать по отношению к общему числу установленных соединений: $c_{нд}=q_{нд}(c_р+c_з+c_н+c_{ош})$ и $c_{пот}=q_{пот}(c_р+c_з+c_н+c_{ош})$. Для регистровых систем занятия, обусловленные недобором номера, ограничиваются первой ступенью и регистром. Величина $q_{пот}$ зависит от номера ступени искания и определяется реальным качеством работы сети — суммарной вероятностью $P_в$ потери вызова (первичного или вторичного) из-за занятости, недоступности или повреждений приборов соединительного тракта всех ступеней, следующих за рассматриваемой: $q_{пот}=P_в/(1-P_в)$. Наряду с другими факторами на величину $P_в$ оказывает существенное влияние относительная интенсивность повторения вызовов.

Общее число занятий на ступени $c=c_р+c_з+c_н+c_{ош}+c_{нд}+c_{пот}=(1+q_з+q_н+q_{ош})(1+q_{нд}+q_{пот})c_р$. Доля занятий, окончившихся разговором, $k_р=c_р/c=1/(1+q_з+q_н+q_{ош})(1+q_{нд}+q_{пот})$, окончившихся занятостью и неответом абонента, а также ошибочных соединений $k_з=q_з k_р$, $k_н=q_н k_р$, $k_{ош}=q_{ош} k_р$. Доля занятий, не-

окончившихся соединением из-за недобора номера и потери вызова, $k_{нд}=c_{нд}/c=q_{нд}/(1+q_{нд}+q_{пот})$ и $k_{пот}=c_{пот}/c=q_{пот}/(1+q_{нд}+q_{пот})$. Распределение коэффициентов k_i назовем спектром занятий рассматриваемой ступени. По данным измерений на ГТС и СТС спектр занятий для первой ступени изменяется в следующих пределах: $k_р=0{,}30...0{,}5$; $k_з=0{,}25...0{,}35$; $k_н=0{,}12...0{,}25$; $k_{ош}=0{,}01...$ $...0{,}03$; $k_{нд}=0{,}03...0{,}07$; $k_{пот}=0{,}05...0{,}1$. Для последней ступени величины $k_р$, $k_з$, $k_н$ и $k_{ош}$ несколько выше, поскольку в этом случае $k_{нд}=k_{пот}=0$.

Коэффициент $k_р$ фактически является коэффициентом полезного действия станции по вызовам. Для его определения, а также определения других составляющих спектра занятий обычно используют метод контрольных вызовов. На станцию равномерно во все сотни и по возможности с разных номеров посылаются вызовы, например 1000. Итог каждого вызова фиксируется, и на основании полученной информации рассчитывается спектр занятий. Однако, поскольку при безуспешном занятии контрольные вызовы не повторяются, получается несколько искаженный спектр, соответствующий в основном первичным занятиям. Так, на одной из городских АТС методом контрольных вызовов был получен следующий спектр: $k_р=0{,}68$; $k_з=0{,}13$; $k_н=0{,}12$; $k_{ош}=0{,}01$; $k_{нд}=0{,}01$ и $k_{пот}=0{,}05$. Непосредственный контроль с помощью специального прибора за прохождением реальных вызовов дал иную картину: $k_р=0{,}41$; $k_з=0{,}3$; $k_н=0{,}16$; $k_{ош}=0{,}01$; $k_{нд}=0{,}03$; $k_{пот}=0{,}09$.

От спектра занятий и средней продолжительности занятия каждого вида зависит средняя длительность занятий приборов на станции. Занятие, окончившееся разговором, состоит из следующих элементов: слушания абонентом сигнала «Ответ станции» ($\bar{t}_{с.о}=3$ с), набора номера ($\bar{t}_{н.н}=1{,}5n$, где n — число цифр абонентского номера), установления соединения маркерами координатной АТС ($\bar{t}_у=2...3$ с в зависимости от числа ступеней ГИ), посылки вызова ($\bar{t}_в=7$ с), разговора и освобождения приборов станции ($\bar{t}_о=1$ с для декадно-шаговой и $\bar{t}_о=0$ для координатной АТС).

Средняя длительность разговора $\bar{T}$ зависит от категорий разговаривающих абонентов и времени суток. Короткие, деловые разговоры характерны для абонентов народнохозяйственного сектора ($\bar{T}_{нх}=80...110$ с), а наиболее длинные — квартирного ($\bar{T}_к=$ $=110...150$ с днем и $\bar{T}_к=200...500$ с вечером). Средняя продолжительность занятия, окончившегося занятостью вызываемого абонента, $\bar{t}_з=\bar{t}_{с.о}+\bar{t}_{н.н}+\bar{t}_у+\bar{t}_{с.з}+\bar{t}_о$. Здесь $\bar{t}_{с.з}$ — среднее время слушания абонентом сигнала «Занято», $\bar{t}_{с.з}=5$ с для декадно-шаговой и $\bar{t}_{с.з}=0$ для координатной АТС (происходит сброс соединения на абонентский комплект). Для занятия, окончившегося неответом абонента, $\bar{t}_н=\bar{t}_{с.о}+\bar{t}_{н.н}+\bar{t}_у+\bar{t}_{в.н}+\bar{t}_о$, где $\bar{t}_{в.н}=30$ с — среднее время посылки вызова при неответе. Для ошибочных соединений можно принять $\bar{T}_{ош}=10$ с и тогда $\bar{t}_{ош}=30$ с. При недоборе номера $\bar{t}_{нд}=7$ с и при потере вызова $\bar{t}_{пот}=7$ с (декадно-шаговая) и 12 с (координатная).

Средняя продолжительность одного занятия на ступени $\bar{t}=\bar{t}_р k_р+\bar{t}_з k_з+\bar{t}_н k_н+\bar{t}_{ош} k_{ош}+\bar{t}_{нд} k_{нд}+\bar{t}_{пот} k_{пот}$. Для упрощения расчетов величину $\bar{t}$ обычно представляют следующим образом:

$$\bar{t}=\alpha k_р \bar{t}_р,$$

где

$$\alpha=1+\frac{\bar{t}_з k_з+\bar{t}_н k_н+\bar{t}_{ош} k_{ош}+\bar{t}_{нд} k_{нд}+\bar{t}_{пот} k_{пот}}{\bar{t}_р k_р}. \qquad (2.3)$$

Интенсивность нагрузки, обслуженной ступенью,

$$Y=\bar{c}\,\bar{t}=\alpha\bar{c}\,k_р\,\bar{t}_р=\alpha\,\bar{c}_р\,\bar{t}_р. \qquad (2.4)$$

Произведение $\bar{c}_р\bar{t}_р$ есть интенсивность полезной нагрузки, а коэффициент α характеризует увеличение интенсивности за счет дополнительной нагрузки, создаваемой безуспешными занятиями. Отношение $\bar{c}_р\bar{t}_р/Y=1/\alpha$ можно рассматривать как КПД ступени по нагрузке. По данным измерений на первой ступени городских и сельских АТС $\alpha=1{,}2\ldots1{,}6$, т. е. на 1 Эрл интенсивности полезной нагрузки приходится 0,2 ... 0,6 Эрл интенсивности дополнительной. Примерная зависимость величины α от доли $k_р$ и средней длительности разговора $\bar{T}$ для первой ступени координатной АТС при пятизначной нумерации ($n=5$) показана на рис. 2.3. Для промежуточных значений $k_р$ величину α можно определить с помощью одного из следующих соотношений: $\alpha(k_р-0{,}01)=1{,}04\alpha(k_р)-0{,}04$ или $\alpha(k_р+0{,}01)=0{,}96\alpha(k_р)+0{,}04$. С увеличением значности номера значение α возрастает. Так, при $n=6$ имеем $\alpha(6)=1{,}1\alpha(5)-0{,}1$. Для декадно-шаговых АТС из-за большого значения $\bar{t}_з$ при прочих равных условиях α всегда выше, чем для координатных: $\alpha_д=1{,}11\alpha_к-0{,}11$.

На последующих ступенях искания значение α уменьшается ввиду сокращения длительности занятий и числа неустановленных

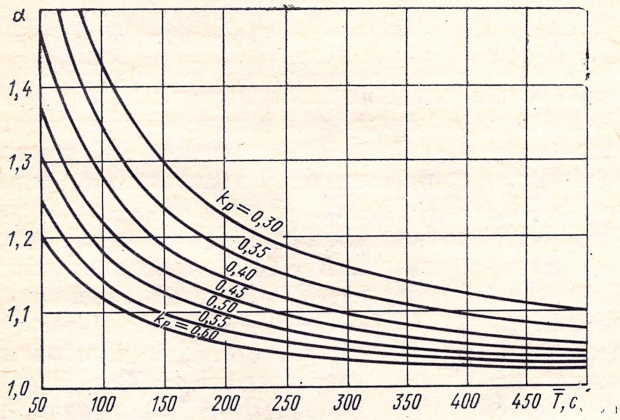


Рис. 2.3. Зависимость коэффициента α от $\bar{T}$ и $k_р$

соединений. Так, для ВШК интенсивность дополнительной нагрузки примерно вдвое меньше, чем для ИШК. Весьма велика интенсивность дополнительной нагрузки на управляющие устройства — маркеры, регистры, процессоры. Поскольку каждый вызов — успешный или безуспешный — требует одинакового времени обслуживания, то для управляющего устройства $\alpha = 1/k_р = 2 \ldots 3$.

Подобное положение, когда КПД станции по вызовам невысок и значительная часть оборудования оказывается загруженной непроизводительными занятиями, нельзя считать нормальным. Как правило, это результат недостаточного внимания к вопросам качества работы станции со стороны эксплуатационных организаций. В первую очередь следует выявлять и разгружать перегруженные абонентские сотни и отдельные абонентские линии, особенно с большой интенсивностью входящей нагрузки. Хороший эффект по снижению величин $k_з$ и $k_{ош}$ дает переключение на трехзначные номера (051—050, 061—060, 081—080 и 001—000) всевозможных справочно-информационных служб, бюро заказов, ремонтных организаций, домов быта, регистратур поликлиник и т. п. Для каждой службы можно выделить при необходимости несколько абонентских линий.

Снижению величин $k_{ош}$ и $k_{пот}$ способствует также своевременное выявление и устранение повреждений в коммутационных и управляющих устройствах станции. Некоторого уменьшения величины $k_н$ можно достичь использованием автоответчиков и переключением линий отсутствующих абонентов на номера службы сервиса. Особое внимание следует уделять воспитанию абонентов — при занятости абонентских линий или приборов соединительного тракта целесообразно рекомендовать повторение вызовов не ранее чем через 1—2 мин. При меньшем промежутке повторения велика вероятность повторной потери вызова. В ближайшей перспективе по мере роста телефонной плотности и увеличения доли квартирных и производственных аппаратов с малой нагрузкой следует ожидать снижения величины $k_з$ и некоторого увеличения $k_н$.

Пример. Рассчитаем величины α и $\bar{t}$ для ИШК и ВШК координатной АТС. Пусть спектр занятий для группы ИШК составляет: $k_р = 0{,}4$; $k_з = 0{,}3$; $k_н = 0{,}15$; $k_{ош} = 0{,}01$; $k_{нд} = 0{,}05$ и $k_{пот} = 0{,}09$. Средние длительности по видам занятий ИШК при $n = 5$ и $\bar{T} = 100$ с равны: $\bar{t}_р = 3 + 7{,}5 + 2{,}5 + 7 + 100 = 120$ с; $\bar{t}_з = 3 + 7{,}5 + 2{,}5 = 13$ с; $\bar{t}_н = 3 + 7{,}5 + 2{,}5 + 30 = 43$ с; $\bar{t}_{ош} = 3 + 7{,}5 + 2{,}5 + 7 + 10 = 30$ с; $\bar{t}_{нд} = 7$ с и $\bar{t}_{пот} = 12$ с. В соответствии с (2.3) получаем $\alpha_{ИШК} = 1{,}252$ и $\bar{t}_{ИШК} = 60{,}1$ с. Предположим далее, что для ВШК величины $q_з$, $q_н$ и $q_{ош}$ сохраняют свои значения, а $q_{нд}$ и $q_{пот} = 0$ (потерями при входящей связи в блоке АИ можно пренебречь). Тогда спектр занятий для группы ВШК составляет

$$k'_р = 1/(1 + q_з + q_н + q_{ош}) = k_р/(k_р + k_з + k_н + k_{ош}) =$$

$$= k_р/(1 - k_{нд} - k_п) = 0{,}465; \quad k'_з = 0{,}349; \quad k'_н = 0{,}174; \quad k'_{ош} = 0{,}012.$$

Длительности занятий ВШК $\bar{t}'_р$, $\bar{t}'_з$, $\bar{t}'_н$ и $\bar{t}'_{ош}$ примерно на $\bar{t}_с=12$ с ($\bar{t}_с=\bar{t}_{с.о}+\bar{t}_{н.н}+\bar{t}'_у$) меньше длительностей аналогичных видов занятий ИШК. В соответствии с этим на основании (2.3) получаем $\alpha_{ВШК}=1{,}12$ и $\bar{t}_{ВШК}=56{,}2$ с. Таким образом, интенсивность дополнительной нагрузки уменьшилась более чем вдвое, а средняя длительность занятия — всего на 3,9 с, хотя для отдельных видов занятий уменьшение более существенно — $\bar{t}_с=12$ с. В общем случае

$$\bar{t}_{ВШК}=(\bar{t}_{ИШК}-k_{нд}\bar{t}_{нд}-k_{пот}\bar{t}_{пот})/(1-k_{нд}-k_{пот})-\bar{t}_с; \qquad (2.5)$$

$$\alpha_{ВШК}=\alpha_{ИШК}\bar{t}_р/(\bar{t}_р-\bar{t}_с)-\bar{t}_с/k_р(\bar{t}_р-\bar{t}_с)+k_{нд}(\bar{t}_с-t_{нд})/k_р(\bar{t}_р-\bar{t}_с). \qquad (2.6)$$

Для упрощения расчетов последним слагаемым в (2.6) можно пренебречь. Из (2.5) следует, что при больших значениях $k_{нд}$ и $k_{пот}$ среднее время занятия ВШК может быть больше, чем ИШК. Это подтверждается измерениями на действующих АТС.

Найдем соотношения между интенсивностями нагрузок и средними временами занятий на входе и выходе первой ступени ГИ координатной АТС. Время соединения в пределах ступени обозначим через τ, а вероятность потерь — через $P=\bar{c}'_{пот}/\bar{c}_{вх}$, где $\bar{c}'_{пот}$ — среднее число занятий, потерянных на рассматриваемой ступени. Очевидно, $\bar{c}_{вых}=\bar{c}_{вх}-\bar{c}'_{пот}-\bar{c}_{нд}=\bar{c}_{вх}(1-P-k_{нд})$. Тогда $Y_{вх}=\bar{c}_{вх}\bar{t}_{вх}=\bar{c}_р\bar{t}_{р.вх}+\bar{c}_з\bar{t}_{з.вх}+\bar{c}_н\bar{t}_{н.вх}+\bar{c}_{ош}\bar{t}_{ош.вх}+\bar{c}_{пот}\bar{t}_{пот.вх}+\bar{c}_{нд}\bar{t}_{нд}=\bar{c}_р(\bar{t}_{р.вых}+\tau)+\bar{c}_з(\bar{t}_{з.вых}+\tau)+\bar{c}_н(\bar{t}_{н.вых}+\tau)+\bar{c}_{ош}(\bar{t}_{ош.вых}+\tau)+\bar{c}'_{пот}\tau+(\bar{c}_{пот}-\bar{c}'_{пот})(\bar{t}_{пот.вых}+\tau)+\bar{c}_{нд}\bar{t}_{нд}=Y_{вых}+\bar{c}_{вх}\tau-\bar{c}_{нд}(\tau-\bar{t}_{нд.вх})=Y_{вых}+Y_{вх}\tau/\bar{t}_{вх}-Y_{вх}k_{нд}(\tau-\bar{t}_{нд})/\bar{t}_{вх}$. Отсюда следует

$$Y_{вых}=Y_{вх}[\bar{t}_{вх}-\tau+k_{нд}(\tau-\bar{t}_{нд})]/\bar{t}_{вх}. \qquad (2.7)$$

Из (2.7) получаем соотношение для среднего времени занятий: $\bar{t}_{вых}(1-P-k_{нд})=\bar{t}_{вх}-\tau+k_{нд}(\tau-\bar{t}_{нд})$. При $P+k_{нд}<[-k_{нд}(\tau-\bar{t}_{нд})]/\bar{t}_{вх}$ имеет место $\bar{t}_{вых}<\bar{t}_{вх}$, а при $(P+k_{нд})\bar{t}_{вх}>\tau-k_{нд}(\tau-\bar{t}_{нд})$ — обратное неравенство. Для коэффициентов α соотношение имеет вид $\alpha_{вых}\bar{t}_{вх}(\bar{t}_{р.вх}-\tau)=\alpha_{вх}\bar{t}_{р.вх}[\bar{t}_{вх}-\tau+k_{нд}(\tau-\bar{t}_{нд})]$. При этом всегда $\alpha_{вх}>\alpha_{вых}$. Для остальных ступеней ГИ полученные соотношения несколько упрощаются, поскольку для них $k_{нд}=0$.

2.6. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ АБОНЕНТСКОЙ НАГРУЗКИ

Определение интенсивности абонентской нагрузки при проектировании новой станции или сети связи и распределение ее по ступеням искания и направлениям соединения относятся к задачам краткосрочного прогнозирования и имеют вероятностный характер. Предсказать точно значение интенсивности нагрузки в каждом пучке или группе приборов даже в статистический ЧНН теоретически невозможно. Можно указать только среднее значение, а также доверительные границы изменения интенсивности нагрузки и соответствующую этим границам вероятность. Еще труднее предвидеть выбросы интенсивности нагрузки в конкретные ЧНН. Поэтому расчет интенсивности нагрузки даже по самой со-

вершенной методике предполагает некоторую степень погрешности. Успех прогнозирования определяется прежде всего двумя факторами: соответствием используемой модели расчета и распределения интенсивности нагрузки реальным условиям и достоверностью исходных параметров модели для данного конкретного объекта. Обычно более совершенная модель включает большее число исходных параметров — повышение точности требует соответствующих расходов. Высокая точность прогнозирования ожидаемой интенсивности нагрузки важна не только при проектировании, но и при разработке системы станций, поскольку пропускная способность ее основных блоков и узлов закладывается жестко и не может быть изменена в процессе эксплуатации. Ошибки в прогнозировании ожидаемой интенсивности нагрузки приводят, как правило, к наиболее грубым просчетам в определении необходимого объема оборудования и числа соединительных линий.

Первоосновой всех расчетов интенсивности нагрузки является структурный состав абонентов станции. Именно он определяет интенсивность абонентской нагрузки и ее распределение по направлениям. Ошибки в определении будущего структурного состава станции оказывают наибольшее влияние на точность прогнозирования интенсивности абонентской нагрузки.

На ГТС все первичные источники вызовов разделены на три основные категории: народнохозяйственные аппараты, квартирные аппараты и таксофоны. На СТС дополнительно выделены абоненты административно-управленческого сектора, создающие повышенную нагрузку. В настоящее время исследуется целесообразность введения дополнительных категорий и для ГТС. Очевидно, что каждая вводимая категория должна обладать четко выраженными признаками, по которым конкретный аппарат с высокой достоверностью может быть отнесен к той или иной категории, и вместе с тем соответствовать определенным вероятностным границам изменения основных параметров нагрузки и расположения ЧНН. В пределах одной категории параметры нагрузки у источников могут различаться, однако дисперсия их изменения должна быть невысокой. Большая дисперсия свидетельствует о необходимости дальнейшего разделения данной категории на две или три с более стабильными параметрами.

Прогнозирование структурного состава абонентов городской АТС должно осуществляться в зависимости от района строительства станции (центральный или периферийный, промышленная зона или жилой массив), телефонной плотности и с учетом реального структурного состава соседних или находящихся в аналогичных условиях станций. На структурный состав абонентов сельской АТС оказывает влияние тип населенного пункта (райцентр, центральная усадьба, рядовое село), телефонная плотность и число охватываемых станцией населенных пунктов и хозяйств.

Категории абонентских линий на ГТС различаются расположением ЧНН, средним числом вызовов $\bar{c}$ на один источник в статистический ЧНН своей категории и в общестанционный ЧНН, а

также средней длительностью разговора $\bar{T}$. Величины $\bar{c}$ и $\bar{T}$ прогнозируются на основании результатов статистических измерений на действующих АТС в зависимости от емкости ГТС. По данным измерений на некоторых ГТС страны $\bar{c}_{нх}=1{,}8 \ldots 4{,}0$; $\bar{c}_к=0{,}5 \ldots 1{,}5$ и $\bar{c}_т=5 \ldots 15$ вызовов в общестанционный ЧНН. Продолжительность разговора $\bar{T}$, как уже отмечалось, существенно зависит от категории абонентов, времени суток и емкости сети.

В соответствии с (2.4) интенсивность исходящей нагрузки, обслуженной абонентской линией i-й ($i=\overline{1, \quad m}$) категории, $y_{i\,исх}=\alpha_i\bar{c}_i k_{pi}\bar{t}_{pi}$. Величина $y_{i\,исх}$ рассчитывается для ЧНН своей категории и общестанционного ЧНН. В качестве последнего следует принять статистический ЧНН входов первой ступени группового искания. Для абонентской группы, состоящей из линий нескольких категорий численностью N_i, интенсивность исходящей обслуженной нагрузки $Y_{исх}=\sum\limits_{i=1}^{m} N_i y_{i\,исх}$.

В основе рассмотренной модели прогноза лежит предположение, что от источника i-й категории в статистический ЧНН поступает в среднем постоянное, одинаковое для всех станций сети число вызовов, не зависящее от внешних причин, и в первую очередь от качества работы станции и сети в целом. Подобное предположение, характерное для дисциплины обслуживания с явными потерями, не соответствует действительности, поскольку не учитывает реально существующих потоков повторных вызовов. Часто для получения соединения абонент (источник) вынужден делать до пяти и более попыток. Число их зависит от величины потерь в требуемом направлении, интенсивности абонентской нагрузки, состояния станции и, главное, интенсивности повторения и настойчивости абонента.

Как показывают измерения, дисперсия числа поступающих вызовов Dc по 15-минутным и часовым интервалам в пределах статистического ЧНН в десятки и сотни раз превышает среднее значение $\bar{c}$. Дисперсия средних значений $D\bar{c}$, полученных в абонентских группах с одинаковым структурным составом, но на разных станциях, также весьма велика. Поэтому рассчитанные по результатам измерений величины $\bar{c}_i$ обладают низкой достоверностью: абсолютная погрешность Δc_i оказывается одного порядка со средним значением $\bar{c}_i$. По этой же причине мала достоверность измеренных значений коэффициента $k_р$. Потребность источника в связи лучше характеризовать средним числом разговоров (передаваемых сообщений) $\bar{c}_{pi}$ в ЧНН. При удовлетворительном качестве обслуживания все требования источника на передачу сообщений в конечном итоге удовлетворяются, иногда после ряда попыток или некоторого ожидания. По результатам измерений отношение $Dc_р/\bar{c}_р$ примерно на порядок меньше отношения $Dc/\bar{c}$, поэтому использование величины $\bar{c}_{pi}$ вместо $\bar{c}_i$ позволяет заметно повысить достоверность прогноза абонентской нагрузки. В этом случае $y_{i\,исх}=\alpha_i\bar{c}_{pi}\bar{t}_{pi}$.

Величина $\bar{c}_{pi}$ зависит от емкости сети и телефонной плотности. При одинаковой плотности на крупных сетях величина c_{pi} выше, чем на сетях малой и средней емкости. С ростом телефонной плотности величина $\bar{c}_{pi}$ несколько снижается, в основном за счет увеличения числа аппаратов с малой интенсивностью нагрузки.

Измерения также показывают, что между интенсивностями исходящей и входящей абонентских нагрузок не существует простой взаимосвязи, позволяющей уверенно прогнозировать входящие нагрузки по известным исходящим. Поэтому целесообразно источник каждой категории независимо характеризовать также параметрами входящей нагрузки, прогнозируемыми непосредственно по результатам измерений. В этом плане рассмотрим прогнозирование интенсивности абонентской нагрузки на СТС. Каждая абонентская линия i-й категории на СТС характеризуется в общестанционный ЧНН тремя интенсивностями обслуженной нагрузки: внешними исходящей $y_{iи}$ и входящей $y_{iв}$ и внутристанционной исходящей $y_{iвн}$. Указанные интенсивности нагрузки прогнозируются по результатам измерений на действующих сетях. Задание трех интенсивностей абонентских нагрузок вместо параметров одной исходящей, как на ГТС, заметно упрощает методику прогнозирования интенсивностей нагрузок на всех участках сельской сети и повышает достоверность прогноза.

Последнее обстоятельство обусловлено в первую очередь малым отношением $DY_{чнн}/\bar{Y}_{чнн}$, обычно оно заметно меньше единицы. Далее при задании интенсивностей входящих нагрузок в качестве исходных величин отпадает необходимость в их определении через интенсивности исходящих нагрузок и заметно повышается достоверность прогнозирования интенсивности межстанционной нагрузки, поскольку ее лучше распределять пропорционально интенсивностям входящих внешних нагрузок. Разделение исходных данных на внутристанционную и внешнюю нагрузки обусловлено спецификой СТС, так как практически любая сельская АТС обслуживает район с четко выраженными границами и общей хозяйственной и культурной деятельностью. Интенсивности исходящей внутристанционной, исходящей внешней и входящей внешней нагрузок для абонентской группы вычисляются по достаточно очевидным формулам:

$$Y_{вн}=\sum_{i=1}^{m} N_i y_{i\,вн};\quad Y_{и}=\sum_{i=1}^{m} N_i y_{i\,и};\quad Y_{в}=\sum_{i=1}^{m} N_i y_{iв}.$$

2.7. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ НАГРУЗКИ ВНУТРИ И МЕЖДУ СТАНЦИЯМИ

При расчете ожидаемой интенсивности нагрузки в пучках линий и группах приборов на станции неоднократно возникает потребность в суммировании интенсивности нагрузки на входах ступеней ГИ и в распределении ее по направлениям соединения на

выходах. Эти операции можно осуществлять только при одном и том же для всех пучков часовом интервале — статистическом ЧНН ступени. Однако, как показывают измерения, ЧНН отдельных пучков линий на входе и выходе ступеней ГИ, особенно обслуживающих межстанционную нагрузку, часто не совпадают с ЧНН всей ступени. На крупных ГТС различие в расположении ЧНН на станциях с неодинаковым структурным составом достигает 10—12 ч (см. рис. 2.2). В связи с этим ЧНН межстанционных пучков линий также существенно различаются. Поэтому интенсивности нагрузки всех входящих пучков линий необходимо предварительно привести к единому часовому интервалу — ЧНН ступени — и только затем суммировать. Интенсивности нагрузки исходящих пучков, полученные в результате распределения суммарной интенсивности, должны затем пересчитываться в ЧНН «своего» пучка. К сожалению, процедура перевода интенсивности нагрузки из одного часового интервала в другой еще окончательно не отработана, в основном из-за малого объема статистических данных, и соответствующие расчетные формулы пока отсутствуют.

Ступень ГИ может обслуживать разные по характеру и создаваемой нагрузке абонентские группы. Соответственно и интенсивность входящей к этим группам нагрузки должна различаться. На ГТС распределение интенсивности входящей внутристанционной нагрузки принято производить пропорционально известной интенсивности исходящей от соответствующих абонентских групп нагрузки:

$$Y_{i\,\text{вх}} = Y_{\text{ГИ}} K_i = Y_{\text{ГИ}} Y_{i\,\text{исх}} \Big/ \sum_{k=1}^{m} Y_{k\,\text{исх}}. \qquad (2.8)$$

Здесь $Y_{i\,\text{вх}}$ и $Y_{i\,\text{исх}}(Y_{k\,\text{исх}})$ — интенсивности соответственно входящей и исходящей от i-й (k-й) группы нагрузки; $Y_{\text{ГИ}}$ — интенсивность нагрузки, обслуживаемой всеми m направлениями ступени ГИ; K_i — коэффициент пропорционального распределения, $\sum_{i=1}^{m} K_i = 1$. При использовании подобного принципа для распределения межстанционной нагрузки на ГТС получаем

$$Y_{ij} = Y'_i K_j = Y'_i Y_j \Big/ \sum_{k=1}^{m} Y_{\text{к}}, \qquad (2.9)$$

где Y_{ij} — интенсивность нагрузки, обслуживаемой пучком соединительных линий от станции i к станции j; Y'_i — интенсивность суммарной обслуженной нагрузки от станции i ко всем m станциям сети, включая станцию i, при этом $Y'_i = \sum_{i=1}^{m} Y_{ij}$; Y_j — интенсивность всей абонентской нагрузки станции j.

Однако действительное распределение нагрузки на сети часто заметно отличается от получаемого по формуле (2.9). Интенсивность нагрузки к собственной и к ближайшим станциям, а также станциям, расположенным в центре города, всегда оказывается выше, чем при пропорциональном распределении. Чтобы учесть эту особенность, в формулу (2.9) вводят коэффициенты тяготения n_{ij}, характеризующие тяготение станции i к станци j

$$Y_{ij}=Y'_i Y_j n_{ij}/\sum_{k=1}^{m} Y_k n_{ik}. \qquad (2.10)$$

На действующей сети коэффициенты n_{ij} могут быть определены с помощью измерения соответствующих интенсивностей нагрузок согласно выражению $n_{ij}=Y_{ij}Y_i/Y_{ii}Y_j$. Для проектируемой станции коэффициенты n_{ij} находятся путем анализа и сравнения с соответствующими коэффициентами для существующих станций. При этом всегда $n_{ii}=1$, а $n_{ij}\leqslant 1$. Последнее неравенство обусловлено тем, что относительно большая часть нагрузки замыкается внутри станции. Основными факторами, влияющими на величину n_{ij}, являются взаимная удаленность станций, месторасположение их по отношению к деловому и культурному центрам города, а также структурный состав абонентов.

На СТС при одноступенчатом построении сети задача распределения нагрузки на ступенях ГИ не возникает, поскольку интенсивность входящей к абонентским группам нагрузки прогнозируется непосредственно по результатам измерений. При наличии узлообразования на сети появляется необходимость в распределении интенсивности нагрузки, исходящей от оконечной станции (ОС) в двух направлениях: к своей узловой (УС) и через нее к станциям своего узлового района (УР) и к центральной (ЦС) и через нее ко всем станциям сети. Распределение производится пропорционально интенсивностям входящих внешних нагрузок, поскольку неравномерность тяготения от конкретной станции к остальным влияет непосредственно именно на эти нагрузки.

Чтобы учесть взаимную удаленность рассматриваемых станций и наличие у них общих хозяйственных интересов, интенсивности входящей внешней нагрузки каждой станции придается определенный вес, т. е. вводятся коэффициенты тяготения n_{ij}. Определять коэффициенты n_{ij} для каждой пары станций на СТС практически невозможно. Учитывая радиально-узловой характер построения СТС, целесообразно вводить их по УР, выделив отдельно только ЦС. Тяготение к ЦС принимается за норму ($n_{i\text{ЦС}}=1$), а к остальным УР определяется сравнением с тяготением к ЦС. Расчеты, выполненные по результатам измерений, показали, что при внутриузловой связи $n_{ii}=0{,}8 \ldots 1{,}5$, причем $n_{ii}>1{,}0$ в случае, если между абонентами данного УР имеется много общих хозяйственных интересов. При межузловой связи коэффициент тяготения составляет 0,1 ... 0,5, причем для несоседних УР $n_{ij}=0{,}1 \ldots 0{,}2$, а при связи с ЦР (центральный район объединяет ОС, включенные в ЦС) $n_{ij}=0{,}2 \ldots 0{,}3$. При заметном тяготении между сосед-

ними УР n_{ij} может достигать значений 0,5 ... 0,7. Таким образом, интенсивность внутриузловой нагрузки

$$Y_{ii}=Y_{\text{и.р}\,i}\,Y_{\text{в.р}\,i}\,n_{ii}\Big/\left[Y_{\text{в ЦС}}+\sum_{j=0}^{m}Y_{\text{в.р}\,j}\,n_{ij}\right]. \qquad (2.11)$$

Здесь $Y_{\text{и.р}i}$ и $Y_{\text{в.р}i}$ — суммарные интенсивности соответственно исходящих и входящих внешних нагрузок от всех АТС i-го узлового района, включая УС; $Y_{\text{в ЦС}}$ и $Y_{\text{в.р0}}$ — интенсивности входящей внешней нагрузки соответственно к ЦС и к ЦР. Используя изложенный принцип распределения интенсивности нагрузки, несложно определить нагрузки во встречных направлениях при организации поперечной связи между двумя УС или ОС.

2.8. КОЛЕБАНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ НАГРУЗКИ ПО АБОНЕНТСКИМ ГРУППАМ

Наряду с колебаниями во времени наблюдаются заметные колебания интенсивности нагрузки по абонентским группам и пучкам линий. Обусловлены они различной средней (за статистический ЧНН) интенсивностью источников вызовов в пределах каждой категории. Оценивать колебания по группам можно по отклонениям измеренных значений интенсивности нагрузки в статистический ЧНН от прогнозируемых средних величин.

Предположим, что на сети имеется m категорий источников численностью $N_i(i=\overline{1,\ m})$ каждая. Величину N_i можно рассматривать как генеральную совокупность источников i-й категории. Пусть интенсивность нагрузки определенного вида (исходящей, входящей или внутристанционной) в статистический ЧНН для j-го $(j=\overline{1,\ N_i})$ источника i-й категории равна y_{ij}. Математическое ожидание и дисперсия величины y_{ij} в пределах i-й категории (всей генеральной совокупности)

$$My_{ij}=\overline{y}_i=\sum_{j=1}^{N_i}y_{ij}/N_i; \qquad Dy_{ij}=\sum_{j=1}^{N_i}[y_{ij}-\overline{y}_i]^2/N_i.$$

При формировании абонентских групп на станции случайным образом производится отбор источников из генеральной совокупности. В r-ю группу объемом n_r попадают n_{ir} источников i-й категории, при этом $n_r=\sum\limits_{i=1}^{m}n_{ir}$. Интенсивность нагрузки $\tilde{Y}_r$, создаваемая источниками r-й группы в статистический ЧНН, в общем случае отличается от прогнозируемой величины $\overline{Y}_r=\sum\limits_{i=1}^{m}n_{ir}\overline{y}_j$. Разность $|\tilde{Y}_r-\overline{Y}_r|$ характеризует колебания интенсивности нагрузки по группам. Если величины $\tilde{Y}_r$ известны (по результатам измерений) для s групп, то можно рассчитать дисперсию колебаний

$$\sigma^2_г = \sum_{r=1}^{s} (\tilde{Y}_r - \overline{Y}_r)^2/(s-1). \qquad (2.12)$$

Дисперсия $\sigma^2_г$ зависит от емкости исследуемых групп n_r, их структурного состава и интенсивности нагрузки Y_r. Установить зависимость $\sigma^2_г$ от всех этих факторов сложно. К тому же подобная многофакторная зависимость неудобна для практического использования. Поэтому для СТС была получена эмпирическая зависимость $\sigma^2_г$ от интенсивности измеренной нагрузки Y_r: $\sigma^2_г = 0{,}0153\ Y^{1,5}$. Для ГТС подобное исследование не проводилось и зависимость $\sigma_r = f(Y)$ неизвестна.

Величина колебаний нагрузки по группам косвенно свидетельствует о степени соответствия используемой модели краткосрочного прогнозирования интенсивности нагрузки реальным условиям. Чем точнее прогноз, тем меньше отклонения реальных интенсивностей нагрузок от прогнозируемых средних величин. Принятый способ деления абонентских линий на категории также играет немаловажную роль. С ростом числа категорий повышается точность прогнозирования нагрузки по группам, однако одновременно возрастают трудности с прогнозированием самого структурного состава и усложняется расчет интенсивностей абонентских нагрузок по результатам измерений.

На крупных станциях, где организуется несколько абонентских групп, имеются условия для регулирования колебаний интенсивности нагрузки по группам. Если по мере включения новых абонентских линий контролировать интенсивность нагрузки в каждой группе, то можно добиться резкого снижения дисперсии $\sigma^2_г$. Поскольку колебания интенсивности нагрузки по группам оказывают неблагоприятное действие на пропускную способность коммутационной системы, их следует по возможности уменьшать.

Учитывая, что колебания интенсивности нагрузки во времени и по группам вызваны разными причинами (соответственно нестационарностью процесса поступления вызовов и различием средних интенсивностей источников в пределах каждой категории), можно предположить независимость обоих видов колебаний. Фактически это соответствует логическому допущению о независимости колебаний интенсивности нагрузки во времени от точности прогнозирования среднего значения интенсивности нагрузки для каждого конкретного пучка. Однако это не означает полной независимости оценок $\sigma Y_{ЧНН}$ и $\sigma_г$. Очевидно, из-за ограниченности объемов выборок значения Y_r, входящие в выражение для $\sigma^2_г$, в определенной степени зависят от колебаний интенсивности нагрузки во времени. Уместно провести аналогию с соответствующей процедурой дисперсионного анализа. Если измерен ряд независимых величин (в нашем случае интенсивностей нагрузок), то общая дисперсия состоит из двух слагаемых — одно учитывает колебания средних значений измеренных величин относительно общего среднего (это и есть $\sigma^2_г$), а второе — колебания отдельных измеренных значе-

ний относительно соответствующих средних (в данном случае $\sigma^2 Y_{\text{ЧНН}}$). При этом оба слагаемых не являются полностью независимыми из-за ограниченности объемов выборок. Таким образом, с учетом выражений для $\sigma Y_{\text{ЧНН}}$ (2.1) и $\sigma_{\text{г}}$ можно получить формулы полной дисперсии и расчетного значения интенсивности нагрузки для СТС. В результате несложных преобразований получаем $Y_{\text{р}} = 1{,}03Y + 0{,}29\sqrt{Y}$, где Y — прогнозируемая интенсивность нагрузки в статистический ЧНН. Необходимо подчеркнуть, что расчетные значения $Y_{\text{р}}$ применяются только при определении числа соединительных устройств. Все операции по объединению и разъединению потоков нагрузки осуществляются со средними величинами.

ЗАДАЧИ

2.1. Используя в качестве модели системы обслуживания парикмахерскую, пояснить особенности следующих дисциплин обслуживания: без потерь сообщений (в данном случае клиентов), с явными потерями сообщений (клиентов), с ожиданием, повторением и комбинированных. Рассмотреть возможные виды очередей — общая и индивидуальная к каждому прибору (мастеру), упорядоченная, реверсивная, случайная и с приоритетами. Привести примеры из коммутационной техники.

2.2. В пятилинейной системе в течение исследуемого двухчасового периода суммарное время занятия первой линии составило 65 мин, второй — 55 мин, третьей — 50 мин, четвертой — 45 мин и пятой — 40 мин. Определить работу, выполненную системой, среднюю интенсивность нагрузки и среднюю длительность одного занятия при общем числе занятий $c = 200$.

2.3. Используя данные табл. 2.1, рассчитать статистические дисперсии изменения интенсивности нагрузки по часовым интервалам в разные дни и построить зависимость $DY_i = f(\bar{Y}_i)$.

2.4. Определить интенсивность потока входящих вызовов, поступающего на абонентскую линию, если интенсивность входящих разговоров $\mu_{\text{р.вх}} = 3$ разг/ч, средняя длительность входящего занятия $\bar{t}_{\text{р.вх}} = 2$ мин, $q_{\text{н}} = 0{,}3$, средняя длительность промежутка повторения $\bar{t}_{\text{п}} = 1$ мин, интенсивность потока исходящих вызовов $\mu_{\text{исх}} = 5$ выз/ч, средняя длительность исходящего занятия $\bar{t}_{\text{исх}} = 1$ мин.

2.5. В результате измерений в группе одинаковых абонентских линий был получен следующий спектр для входящих вызовов: $k_{\text{р}} = 0{,}6$; $k_{\text{з}} = 0{,}25$; $k_{\text{н}} = 0{,}15$. Интенсивность исходящей абонентской нагрузки $y_{\text{исх}} = 0{,}05$ Эрл, входящей — $y_{\text{вх}} = 0{,}04$ Эрл. Определить относительную интенсивность повторения входящих вызовов.

2.6. В результате измерений был получен следующий спектр занятий для первой ступени ГИ: $k_{\text{р}} = 0{,}39$; $k_{\text{з}} = 0{,}31$; $k_{\text{н}} = 0{,}17$; $k_{\text{ош}} = 0{,}01$; $k_{\text{нд}} = 0{,}07$; $k_{\text{пот}} = 0{,}05$. Определить среднюю длительность занятий и долю интенсивности дополнительной нагрузки; принять $n = 5$ и $\bar{T} = 180$ с.

2.7. Используя решение предыдущей задачи, определить среднюю длительность занятия и долю дополнительной нагрузки на выходе первой ступени ГИ, если потери на ступени $P = 0{,}01$, а разница в длительности занятия входа и выхода $\tau = 12$ с.

2.8. Группа ИШК обслуживает $N=1000$ абонентов. Среднее число вызовов от одного абонента $\bar{c}=2{,}0$ выз/ч, среднее время разговора $\bar{T}=120$ с, доля занятий, окончившихся разговором, $k_р=0{,}4$. Определить среднее время занятия и интенсивность обслуженной ИШК нагрузки. Используя формулы (2.5) и (2.6), определить среднее время занятия и долю дополнительной нагрузки на ВШК. Принять $k_{нд}=0{,}07$, $k_{пот}=0{,}05$; $\bar{t}_с=12$ с, $\bar{t}_{нд}=7$ с, $\bar{t}_{пот}=12$ с.

2.9. Интенсивности нагрузки между двумя РАТС $Y_{12}=60$ Эрл и $Y_{21}=70$ Эрл, интенсивности абонентской нагрузки соответственно $Y_1=500$ Эрл и $Y_2=550$ Эрл. Определить коэффициенты тяготения между РАТС. Интенсивность нагрузки выходов ступени I ГИ принять $Y'_i=0{,}86\ Y_i$.

2.10. Интенсивность нагрузки проектируемой РАТС 3 $Y_3=480$ Эрл, действующих РАТС 1 и РАТС 2 $Y_1=550$ Эрл и $Y_2=500$ Эрл. Интенсивность нагрузки выходов ступени I ГИ $Y'_i=0{,}86\ Y_i$. Определить интенсивность межстанционной нагрузки Y_{31}, если коэффициенты тяготения $n_{31}=0{,}26$; $n_{32}=0{,}45$ и $n_{33}=1{,}0$.

2.11. В результате измерений интенсивности нагрузки в 100-линейной абонентской группе была выявлена целесообразность разделения абонентских линий на пять категорий (табл. 2.2). Полагая, что в пределах каждой категории параметры нагрузки одинаковы, определить величину $q_з$ для всей абонентской группы. Принять средние длительности исходящего и входящего занятий соответственно $\bar{t}_{исх}=1$ мин и $\bar{t}_{р.вх}=2$ мин, величину $q_н=0{,}3$ и среднюю длительность промежутка повторения $\bar{t}_п=1$ мин. Рассчитать также величину $q_з$ для усредненных для всей группы значений $y_{исх}$ и $y_{вх}$. Сравнить полученные результаты.

Таблица 2.2

Номер категории	1	2	3	4	5
Число абонентов N_i	10	20	40	15	15
$y_{i\ исх}$, Эрл	0,12	0,08	0,04	0,03	0,02
$y_{i\ вх}$, Эрл	0,09	0,07	0,04	0,03	0,02

2.12. Измерить в период наибольшей нагрузки на одной из ступеней искания АТС интенсивность нагрузки по 15-минутным интервалам. Измерения проводить не менее 10 рабочих дней. Определить ЧНН, среднюю интенсивность и дисперсию интенсивности нагрузки в ЧНН.

2.13. Измерить в период наибольшей нагрузки интенсивность исходящей нагрузки в 10 сотенных блоках АИ (стативах ПИ) по 15-минутным интервалам. Измерения проводить не менее 10 рабочих дней. Определить среднюю интенсивность и дисперсию интенсивности нагрузки по сотенным группам. Сравнить структурный состав абонентов исследуемых групп. Сделать выводы.

ГЛАВА 3

ПОЛНОДОСТУПНАЯ СИСТЕМА С ЯВНЫМИ ПОТЕРЯМИ

3.1. ОБСЛУЖИВАНИЕ ПОТОКА С ПРОСТЫМ ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ

Рассматривается следующая математическая модель. На неблокируемую коммутационную систему, имеющую v полнодоступно включенных выходов, поступает поток вызовов с простым последействием. Время обслуживания одного вызова — случайная величина, распределенная по показательному закону со средним значением, принятым за единицу времени ($h=1$ у.е.в.). Дисциплина обслуживания — с явными потерями сообщений. Число занятых выходов $i(i=\overline{0,\ v})$ назовем состоянием исследуемой системы. Параметр потока вызовов Λ_i выражен в выз/у.е.в. (Эрл); его можно также трактовать как интенсивность поступающей нагрузки в состоянии системы i. При поступлении вызова или окончании его обслуживания система скачкообразно переходит из одного состояния в другое. Допустим, в момент времени $t=0$ известно состояние i системы либо распределение вероятностей состояний $P_i(0)$. Возникает задача: найти распределение вероятностей $P_i(t)$ в момент t.

В состояние i система могла перейти из состояния k за промежуток времени τ. Соответствующую вероятность перехода обозначим через $p_{ki}(\tau)$, а вероятность того, что система в момент $t-\tau$ находилась в состоянии k, — через $P_k(t-\tau)$. Тогда можно составить систему уравнений для вероятностей состояний системы обслуживания

$$P_i(t)=\sum_k P_k(t-\tau)\,p_{ki}(\tau),\quad i=\overline{0,\ v}. \tag{3.1}$$

Суммирование в (3.1) производится по всем возможным состояниям системы k. Выражение (3.1) носит название уравнения Колмогорова — Чепмена и является основным при анализе систем обслуживания. В качестве промежутка τ удобно выбрать бесконечно малую величину Δt. В этом случае упрощается определение переходных вероятностей $p_{ki}(\tau)$. С учетом ординарности потоков вызовов и освобождений все вероятности перехода из состояния k в состояние $k\pm j$ при $j\geqslant 2$ есть бесконечно малые более высокого порядка по сравнению с Δt, т. е. $p_{k,k\pm j}(\Delta t)=o(\Delta t)$. Уравнение (3.1) приобретает более простой вид:

$$P_i(t)=P_{i-1}(t-\Delta t)\,p_{i-1,\,i}(\Delta t)+P_i(t-\Delta t)\,p_{ii}(\Delta t)+$$
$$+P_{i+1}(t-\Delta t)\,p_{i+1,\,i}(\Delta t)+o(\Delta t). \tag{3.2}$$

Вероятность перехода $p_{i-1,i}(\Delta t)$ равна вероятности поступления в промежутке Δt нового вызова, а вероятность перехода $p_{i+1,i}(\Delta t)$ — вероятности освобождения в промежутке Δt одного из $i+1$ занятых выходов. Каждая из этих вероятностей определяется пропорционально параметру соответствующего потока и величине промежутка Δt и согласно (1.5) и (1.23): $p_{i-1,i}(\Delta t) = \Lambda_{i-1}\Delta t + o(\Delta t)$; $p_{i+1,i}(\Delta t) = (i+1)\Delta t + o(\Delta t)$.

Вероятность $p_{ii}(\Delta t)$ неизменности состояния системы за промежуток Δt определяется из очевидного равенства (сумма всех вероятностей выхода из состояния i за промежуток Δt равна единице):

$$p_{ii}(\Delta t) + p_{i,\,i+1}(\Delta t) + p_{i,\,i-1}(\Delta t) + o(\Delta t) = 1;$$

$$p_{ii}(\Delta t) = 1 - \Lambda_i \Delta t - i\Delta t + o(\Delta t).$$

Тогда из (3.2) $P_i(t) = \Lambda_{i-1}\Delta t P_{i-1}(t-\Delta t) + (i+1)\Delta t P_{i+1}(t-\Delta t) + (1-\Lambda_i\Delta t - i\Delta t)P_i(t-\Delta t) + o(\Delta t)$.

Далее имеем

$$\frac{P_i(t) - P_i(t-\Delta t)}{\Delta t} = \Lambda_{i-1}P_{i-1}(t-\Delta t) + (i+1)P_{i+1}(t-\Delta t) - (\Lambda_i + i)P_i(t-\Delta t) + o(\Delta t)/\Delta t.$$

При переходе к пределу при $\Delta t \to 0$ получаем систему дифференциальных уравнений

$$P_i'(t) = \Lambda_{i-1}P_{i-1}(t) + (i+1)P_{i+1}(t) - (\Lambda_i + i)P_i(t), \quad i = \overline{0,\ v}. \tag{3.3}$$

Вероятности $P_{-1}(t) \equiv 0$ и $P_{v+1}(t) \equiv 0$ как вероятности несуществующих состояний.

Система уравнений (3.3) описывает так называемый переходный режим работы исследуемой системы обслуживания. Вероятности $P_i(t)$, являющиеся решением системы (3.3), зависят от начальных условий, т. е. от распределения $P_i(0)$. Для решения системы (3.3) существуют различные способы. Однако для большинства практических задач можно ограничиться исследованием более простого установившегося режима, достигаемого системой обслуживания при $t \to \infty$. При этом вероятности $P_i(t)$ стремятся к постоянному пределу P_i, не зависящему от t и начального распределения $P_i(0)$. Соответственно $P'_i(t) \to 0$. Система (3.3) превращается в линейную систему однородных уравнений:

$$(\Lambda_i + i)P_i = \Lambda_{i-1}P_{i-1} + (i+1)P_{i+1}. \tag{3.4}$$

Предельное распределение вероятностей P_i характеризует работу системы обслуживания в состоянии статистического равновесия. В этих условиях система обслуживания по-прежнему подвержена изменениям, однако вероятности, описывающие ее поведение, не меняются со временем. Систему (3.4) можно получить непосредственно, если воспользоваться следующим правилом, справедливым для состояния статистического равновесия:

сумма интенсивностей выхода из состояния системы i, взвешенная вероятностью P_i, равна сумме взвешенных вероятностями соответствующих состояний интенсивностей входа в это состояние.

Обозначим через $F_i = \Lambda_i P_i - (i+1) P_{i+1}$, тогда из (3.4) $F_i = F_{i-1} = F_{i-2} = \ldots = F_0 = 0$. Отсюда получаем простое рекуррентное соотношение для вычисления вероятностей P_i

$$(i+1) P_{i+1} = \Lambda_i P_i, \quad i = \overline{0, v-1}. \tag{3.5}$$

Задаваясь значениями i, последовательно равными 0, 1, 2, ..., получаем

$$P_i = \frac{\Lambda_0 \Lambda_1 \Lambda_2 \ldots \Lambda_{i-1}}{i!} P_0 = \prod_{k=0}^{i-1} \Lambda_k P_0 / i! \tag{3.6}$$

Для определения P_0 воспользуемся условием нормировки $\sum_{j=0}^{v} P_j = 1$. При подстановке в это условие выражения (3.6)

$$P_0 = \left[\sum_{j=0}^{v} \prod_{k=0}^{j-1} \Lambda_k / j! \right]^{-1} \tag{3.7}$$

и окончательно

$$P_i = \frac{\prod_{k=0}^{i-1} \Lambda_k / i!}{\sum_{j=0}^{v} \prod_{k=0}^{j-1} \Lambda_k / j!}, \quad i = \overline{0, v}. \tag{3.8}$$

Выражение (3.8) есть искомое распределение вероятностей для установившегося режима. Оно определяет вероятность занятости в произвольный момент i выходов полнодоступной неблокируемой системы при обслуживании с явными потерями потока вызовов с простым последействием. Вероятность P_i можно трактовать как долю времени (на бесконечном интервале), в течение которой в исследуемой системе занято i выходов.

Распределение (3.8) справедливо при любом законе распределения времени обслуживания с конечным математическим ожиданием. Выбор при описании модели показательного распределения продиктован желанием упростить метод доказательства. Указанное положение относится только к полнодоступным системам с явными потерями. Для дисциплины обслуживания с ожиданием, повторением и комбинированных даже в случае полнодоступного включения выходов закон распределения времени обслуживания оказывает существенное влияние на результаты.

Рассмотрим четыре основных частных случая распределения (3.8).

1. Поток вызовов примитивный с параметром $\Lambda_i = \alpha(N-i)$, дисциплина обслуживания с явными потерями. В этом случае

$$\Lambda_0 \Lambda_1 \Lambda_2 \ldots \Lambda_{i-1} / i! = \alpha N \alpha (N-1) \alpha (N-2) \ldots \alpha (N+1-i) / i! = C_N^i \alpha^i. \tag{3.9}$$

Подстановка выражения (3.9) в (3.8) дает распределение Энгсета (усеченное распределение Бернулли):

$$P_i = C_N^i \alpha^i \Big/ \sum_{j=0}^{v} C_N^j \alpha^j. \qquad (3.10)$$

2. Поток вызовов простейший с параметром Λ, дисциплина обслуживания с явными потерями. Из (3.8) непосредственно следует первое распределение Эрланга (усеченное распределение Пуассона):

$$P_i = \frac{\Lambda^i / i!}{\sum_{j=0}^{v} \Lambda \ / j!}. \qquad (3.11)$$

Распределение Эрланга можно получить также из распределения Энгсета, если устремить $N \to \infty$, а $\alpha \to 0$, но так, что $N\alpha = \Lambda = \text{const}$.

3. Поток вызовов примитивный с параметром $\Lambda_i = \alpha(N-i)$, дисциплина обслуживания без потерь. Для обслуживания N источников вызовов без потерь необходимо, чтобы число выходов в системе $v = N$. При этом выражение (3.10) с учетом бинома Ньютона $\sum_{j=0}^{N} C^j{}_N a^j b^{N-j} = (a+b)^N$ принимает вид

$$P_i = C_N^i \alpha^i \Big/ \sum_{j=0}^{N} C_N^j \alpha^j = C_N^i \alpha^i / (1+\alpha)^N.$$

Обозначив $a = \alpha/(1+\alpha)$, после несложного преобразования получаем распределение Бернулли:

$$P_i = C_N^i a^i (1-a)^{N-i}. \qquad (3.12)$$

При числе выходов $v = N$ каждый источник как бы закрепляется за определенным выходом и занятие любого выхода происходит независимо от других. Если в произвольный момент исследуется состояние выходов системы обслуживания, то каждый занятый выход можно рассматривать как очередное успешное испытание из общего числа N независимых испытаний. Этим объясняется, что в данном случае распределение вероятностей числа занятых выходов совпадает с известным распределением Бернулли для независимых испытаний. Величина a определяет вероятность одного успешного испытания, т. е. занятия определенного выхода.

4. Поток вызовов простейший с параметром Λ, дисциплина обслуживания без потерь. В этом случае число выходов в системе должно быть неограниченным, т. е. $v \to \infty$. Из распределения (3.11) с учетом разложения функции e^{Λ} в ряд Маклорена $\sum_{j=0}^{\infty} \Lambda^j / j!$ получаем распределение Пуассона:

$$P_i = \frac{\Lambda^i / i!}{\sum\limits_{j=0}^{\infty} \Lambda^j / j!} = \frac{\Lambda^i}{i!} e^{-\Lambda}. \qquad (3.13)$$

Распределение Пуассона (3.13) можно также получить из распределения Бернулли (3.12) при $N \to \infty$ и $a \to 0$, но так, что $Na = \Lambda$. Таким образом, наиболее общим из рассмотренных четырех распределений является распределение Энгсета. Из него следует, с одной стороны, первое распределение Эрланга, а с другой — распределение Бернулли. Из последних двух разными способами можно получить распределение Пуассона. Необходимо отметить, что во всех рассмотренных распределениях параметры Λ, α, a, характеризующие поток вызовов, выражены в выз/у.е.в. (Эрл).

3.2. ПЕРВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭРЛАНГА И ХАРАКТЕРИСТИКИ КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ

На рис. 3.1 в качестве примера показаны вероятности состояний трехлинейной системы $P_i (i=\overline{0,3})$, рассчитанные в соответствии с первым распределением Эрланга (3.11) в зависимости от интенсивности обслуженной Y ($\overline{0,3}$ Эрл) и поступающей Λ ($\overline{0, \infty}$ Эрл) нагрузок. Для каждого значения Y или Λ справедливо $\sum\limits_{i=0}^{3} P_i = 1$. Однако распределение вероятностей конкретных состояний P_i существенно зависит от интенсивности нагрузки. Наибольшего значения вероятность P_i достигает при $Y=i$. Пересечение кривых P_i и P_{i-1} происходит в точке $\Lambda = i$.

Если рассмотреть распределение вероятностей P_i при фиксированном значении $\Lambda \leqslant v$, то получим зависимость, аналогичную изображенной на рис. 3.2. Как и в случае пуассоновского распределения (см. рис. 1.2), при целом значении Λ имеют место две одинаковые наибольшие вероятности P_i при $i=\Lambda$ и $i=\Lambda-1$, при

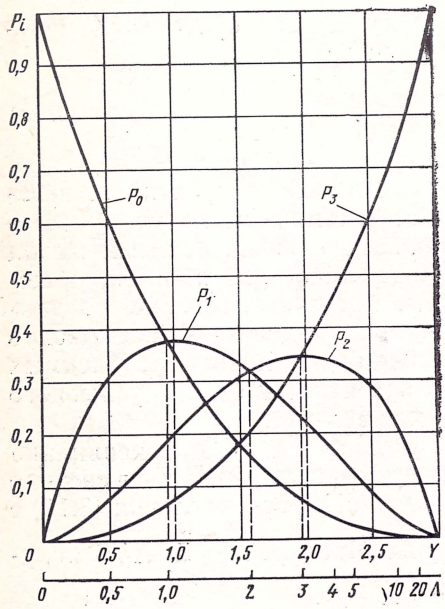


Рис. 3.1. Зависимость вероятностей состояний P_i (первое распределение Эрланга) от интенсивности обслуженной Y и поступающей Λ нагрузок для трехлинейной системы

дробном значении Λ — только одна при $i=[\Lambda]$. Огибающие $P_i=f(i)$ по своему характеру близки к аналогичным огибающим пуассоновского распределения. Основное отличие заключается в том, что для эрланговского распределения i конечно и не превышает v, а для пуассоновского — значение i сверху не ограничено. Поэтому вероятность P_i, рассчитанная по (3.11), всегда больше аналогичной вероятности, рассчитанной по (3.13). Если $\Lambda>v$, то с ростом i вероятности P_i будут постоянно увеличиваться, достигая наибольшего значения при $i=v$.

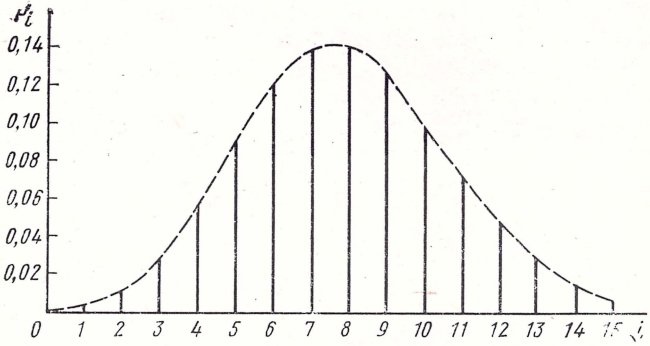


Рис. 3.2. Распределение вероятностей P_i (первое распределение Эрланга) при фиксированном значении $\Lambda=8$ Эрл и $v=15$

Для вычисления вероятностей эрланговского распределения наряду с рекуррентным соотношением (3.5) можно применять таблицы пуассоновского распределения. Если воспользоваться табл. П1, то

$$P_i=\frac{P_{k\geqslant i}(1)-P_{k\geqslant i+1}(1)}{1-P_{k\geqslant v+1}(1)}. \qquad (3.14)$$

Например, необходимо определить вероятность занятости $i=10$ выходов при их общем числе $v=20$ и $\Lambda=15$ Эрл. В соответствии с (3.14) $P_{10}=(0{,}9301-0{,}8815)/(1-0{,}0830)=0{,}53$.

Рассмотрим основные характеристики качества обслуживания.

Вероятность потерь по времени. В соответствии с толкованием вероятности P_i для полнодоступной системы

$$P_t=P_v=\frac{\Lambda^v/v!}{\sum\limits_{j=0}^{v}\Lambda^j/j!}=E_v(\Lambda). \qquad (3.15)$$

Формулу (3.15) (символическая запись $E_v(\Lambda)$) обычно называют первой формулой Эрланга. Она табулирована в [5, 8]. С учетом этого после некоторого преобразования выражения (3.11) получаем еще один способ вычисления вероятностей P_i:

$$P_i=v!\,E_v(\Lambda)/i!\,\Lambda^{v-i}. \qquad (3.16)$$

Для предыдущего примера имеем $E_{20}(15)=0{,}445593$ и $P_{10}=$ $=20!\cdot 0{,}445593/10!\cdot 15^{10}=0{,}53$.

Вероятность потери вызова. Для простейшего потока вызовов

$$P_{\text{в}}=\Lambda_{\text{пот}}/\Lambda=\Lambda P_v/\Lambda=P_v=E_v(\Lambda). \qquad (3.17)$$

Таким образом, вероятность потери вызова совпадает с вероятностью потерь по времени. Необходимо, однако, подчеркнуть, что вероятности P_t и $P_{\text{в}}$ определены для установившегося процесса, т. е. для бесконечного интервала времени. Для конечного интервала совпадение величин P_t и $P_{\text{в}}$ необязательно. Отметим также некоторые особенности, связанные с измерением потерь P_t и $P_{\text{в}}$. Чем меньше интервал времени, в котором регистрируются потери, тем больше они могут отличаться от теоретической величины, рассчитанной по формуле Эрланга. Обусловлено это нестационарностью переходного процесса. Если для n временны́х интервалов, например ЧНН, определены в результате измерений n значений потерь P_{ti} или $P_{\text{в}i}$ $(i=\overline{1,\ n})$, то среднее значение потерь за интервал $P_t=$ $=\sum\limits_{i=1}^{n} P_{ti}/n$ или $P_{\text{в}}=\sum\limits_{i=1}^{n} P_{\text{в}i}/n$ даже при большом значении n может отличаться от теоретического. Лучшее приближение к теоретическому значению получается, если все n интервалов объединить в один и для него определить величину потерь.

Интенсивность обслуженной нагрузки. В соответствии с определением, используя рекуррентные соотношения (3.5), получаем

$$Y=\sum_{i=1}^{v} i P_i=\Lambda\sum_{i=1}^{v} P_{i-1}=\Lambda\sum_{i=0}^{v-1} P_i=\Lambda(1-P_v)=\Lambda[1-E_v(\Lambda)]. \qquad (3.18)$$

Зависимость $Y=f(v)$ при различных значениях $P_{\text{в}}$ показана на рис. 3.3. С ростом числа выходов v и нормы потерь $P_{\text{в}}$ пропускная способность системы Y увеличивается. Для определения пропускной способности группы выходов (пучка линий) в зависимо-

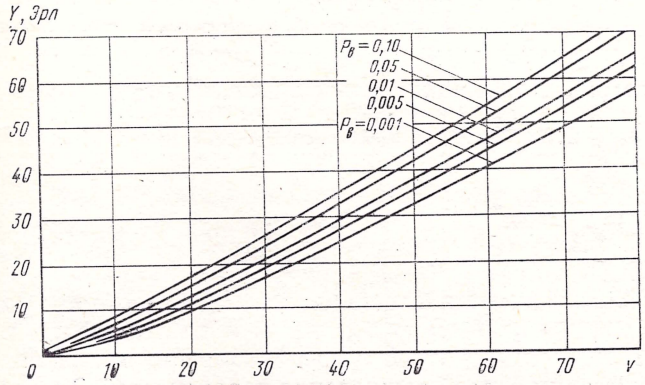


Рис. 3.3. Зависимость интенсивности обслуженной нагрузки Y от числа выходов v при различных $P_{\text{в}}$

сти от емкости v и нормы потерь $P_в$ можно использовать табл. П3. Для промежуточных значений $P_в$, отсутствующих в таблице, следует применять линейную интерполяцию. Например, необходимо определить величину Y при $P_в=0{,}023$ и $v=20$. Ближайшие соседние значения: $Y'=12{,}918$ Эрл при $P'_в=0{,}020$ и $Y''=13{,}577$ Эрл при $P''_в=0{,}030$. Тогда

$$Y=Y'+\frac{Y''-Y'}{P''_в-P'_в}\left(P_в-P'_в\right)=13{,}116 \text{ Эрл}.$$

Иногда требуется решить обратную задачу — при заданных значениях Y и v найти $P_в$. Например, $Y=4{,}5$ Эрл и $v=10$. Ближайшие соседние значения: $Y'=4{,}416$ Эрл при $P'_в=0{,}010$ и $Y''=4{,}735$ Эрл при $P''_в=0{,}015$. Тогда

$$P_в=P'_в+\frac{P''_в-P'_в}{Y''-Y'}(Y-Y')=0{,}011.$$

Третья задача — определение необходимого значения v при заданных Y и $P_в$ — решается без применения интерполяции. При этом следует выбирать ближайшее большее значение v.

Интенсивность потенциальной нагрузки. По аналогии с предыдущим

$$A=\sum_{i=1}^{\infty} i P_i=\Lambda\sum_{i=1}^{\infty} P_{i-1}=\Lambda\sum_{i=0}^{\infty} P_i=\Lambda. \qquad (3.19)$$

В (3.19) вероятность P_i определяется в соответствии с распределением Пуассона (3.13). Равенство интенсивностей потенциальной и поступающей нагрузок обусловливает равенство интенсивностей потерянной $\Lambda_{пот}$ и избыточной R нагрузок:

$$\Lambda_{пот}=R=\Lambda E_v(\Lambda). \qquad (3.20)$$

Из (3.20) непосредственно следует равенство потерь по нагрузке и по вызовам. Таким образом, все три вида потерь равны между собой. Объясняется это двумя свойствами простейшего потока: стационарностью и отсутствием последействия.

Пропускная способность отдельных выходов системы. Занятие выходов в системе может быть упорядоченным или случайным (равновероятным). При упорядоченном занятии первым всегда занимается свободный выход с меньшим номером, при случайном — с одинаковой вероятностью занимается любой из свободных выходов. Поэтому при случайном занятии использование всех выходов одинаково: $\eta=Y/v$. Величина η характеризует также среднее использование одного выхода при любом способе занятия. Зависимость $\eta=f(v)$ при различных значениях $P_в$ показана на рис. 3.4. С ростом v вначале η быстро возрастает, однако затем наступает насыщение и величина η практически не увеличивается. Порог насыщения зависит от нормы потерь.

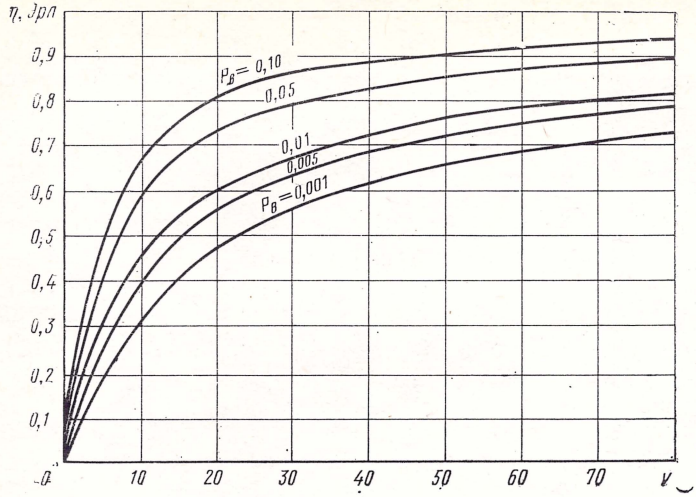


Рис. 3.4. Зависимость среднего использования выходов η от их числа v при различных $P_в$

Пропускную способность i-го выхода при упорядоченном занятии можно определить как разницу между интенсивностями избыточных нагрузок для группы из (i—1) и i выходов (рис. 3.5):

$$\eta_i = R_{i-1} - R_i = \Lambda\,[E_{i-1}(\Lambda) - E_i(\Lambda)]. \qquad (3.21)$$

При этом $E_0(\Lambda) = 1$. Величина η_{v+1}, рассчитанная по формуле (3.21), характеризует увеличение пропускной способности системы при увеличении числа выходов с v до $v+1$. На рис. 3.6 показана зависимость η_i от номера выхода i. Для сравнения штриховой линией показано среднее использование выхода η.

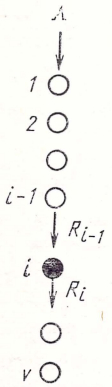
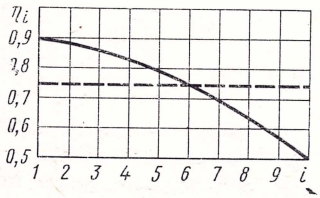


Рис. 3.5. К расчету пропускной способности i-го выхода

Рис. 3.6. Использование i-го выхода при упорядоченном и случайном занятии при Λ=9 Эрл и v=10



Отношение интенсивностей избыточных нагрузок для группы из i и $(i-1)$ выходов определяет вероятность потери вызова на i-м выходе при упорядоченном занятии:

$$P_{вi} = R_i/R_{i-1} = E_i(\Lambda)/E_{i-1}(\Lambda). \qquad (3.22)$$

С ростом i вероятность потери вызова $P_{вi}$ возрастает. Объясняется это тем, что на каждый выход, начиная со второго, поступает избыточный поток Пальма, характеризуемый бо́льшей по сравнению с простейшим неравномерностью длин промежутков между вызовами. На i-й выход вызовы поступают только тогда, когда заняты $i-1$ предшествующие. Чем больше значение i, тем большей дисперсией длин промежутков между вызовами обладает поток Пальма, поступающий на i-й выход.

Дисперсия основных видов нагрузки. Поскольку потенциальная нагрузка имеет пуассоновское распределение, то согласно § 1.4 ее дисперсия совпадает с математическим ожиданием и равна Λ. Дисперсию обслуженной нагрузки можно найти следующим образом (при преобразовании рекуррентное соотношение (3.5) применяется дважды):

$$Di = \sum_{i=1}^{v} i^2 P_i - Y^2 = Y - \Lambda E_v(\Lambda)(v - Y). \qquad (3.23)$$

Сравнение выражений (3.18) и (3.23) показывает, что дисперсия обслуженной нагрузки меньше математического ожидания. Следовательно, обслуженная нагрузка более выровненная, чем потенциальная.

Для определения дисперсии избыточной нагрузки необходимо исследовать коммутационную систему, имеющую две группы выходов: рассматриваемую емкостью v и дополнительную неограниченной емкости. Нагрузка, избыточная для первой группы выходов, обслуживается второй. Число занятых выходов во второй группе i_2 определяет величину избыточной нагрузки. Выполненный анализ позволил получить следующее выражение:

$$Di_2 = \Lambda E_v(\Lambda)\left[1 - \Lambda E_v(\Lambda) + \frac{E_{v+1}(\Lambda)}{E_v(\Lambda) - E_{v+1}(\Lambda)}\right]. \qquad (3.24)$$

Дисперсия избыточной нагрузки всегда больше математического ожидания (3.20). Избыточные вызовы более концентрированы, чем поступающие. Поэтому при одинаковой интенсивности для обслуживания избыточной нагрузки требуется больше выходов, чем в случае потенциальной пуассоновской нагрузки.

Пример. Пусть коммутационная система емкостью $v=15$ выходов обслуживает простейший поток вызовов с параметром $\lambda=240$ выз/ч. Среднее время обслуживания одного вызова $h=120$ с; интенсивность поступающей нагрузки $\Lambda=\lambda h=240\cdot 120/3600=8$ выз/у. е. в. (Эрл). В соответствии с [5 и 8] вероятность потерь $P_в=P_l=P_н=E_{15}(8)=0{,}0091$. Интенсивность и дисперсия обслуженной нагрузки $Y=8(1-0{,}0091)=7{,}93$ Эрл и $Di=7{,}42$. Интенсивность и дис-

персия избыточной нагрузки $R=0{,}073$ Эрл и $Di_2=0{,}14$. Таким образом, дисперсия обслуженной нагрузки меньше математического ожидания примерно на 6%, а дисперсия избыточной нагрузки почти вдвое превышает его. Подобное соотношение характерно для широкого диапазона параметров v и Λ.

3.3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНГСЕТА И ХАРАКТЕРИСТИКИ КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ

Вероятности состояний трехлинейной системы $P_i(i=\overline{0,\ 3})$, рассчитанные в соответствии с распределением Энгсета (3.10) в зависимости от интенсивности обслуженной $Y(\overline{0,\ 3}$ Эрл), потенциальной $A(\overline{0,\ 10}$ Эрл) и поступающей $\Lambda(\overline{0,\ \infty}$ Эрл) нагрузок для десяти источников показаны на рис. 3.7. Одновременно на рис. 3.7 изображены зависимости вероятностей трех видов потерь от нагрузки. Сравнение с рис. 3.1 показывает, что в данном случае кривая, характеризующая зависимость $P_3=f(Y)$, проходит несколько ниже. Объясняется это последействием потока: уменьшением числа поступающих вызовов с ростом числа занятых линий. Аналогично предыдущему наибольшего значения вероятность P_i достигает при $Y=i$. Пересечение кривых P_i и P_{i-1} в соответствии с рекуррентным соотношением (3.5) происходит в точке $\Lambda_{i-1}=\alpha(N+1-i)=i$. Поскольку на рис. 3.7 приведена усредненная по всем состояниям интенсивность поступающей нагрузки $\Lambda=\sum_{i=0}^{3}\Lambda_i P_i$, то точки пересечения кривых P_i и P_{i-1} не выделены. Распределение вероятностей P_i при фиксированном значении Λ имеет вид, аналогичный рис. 3.2. Максимума вероятность P_i достигает при $i=[\Lambda_{i-1}]$, причем если Λ_{i-1} — целое число, то имеют место две одинаковые наибольшие вероятности P_i и P_{i-1}. Для вычисления вероятностей энгсетовского распределения можно использовать рекуррентное соотношение (3.5), а также таблицы биномиальных коэффициентов [10].

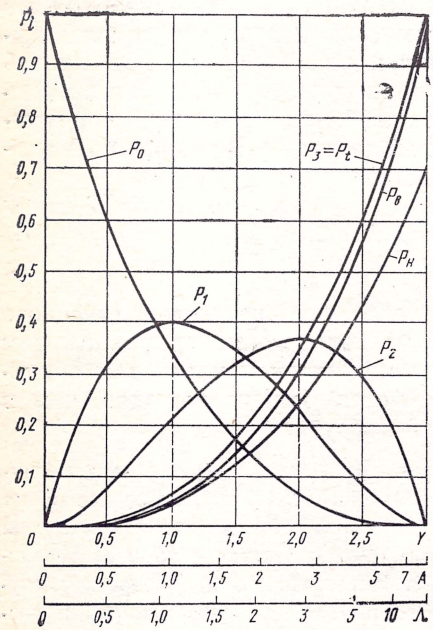


Рис. 3.7. Зависимость вероятностей состояний P_i (распределение Энгсета) и вероятностей потерь от интенсивности обслуженной Y, потенциальной A и поступающей Λ нагрузок для трехлинейной системы при числе источников $N=10$

Рассмотрим основные характеристики качества обслуживания.

1. Вероятность потерь по времени. По аналогии с (3.15)

$$P_t = P_v = C_N^v \alpha^v \Big/ \sum_{j=0}^{v} C_N^j \alpha^j = \varepsilon(N,\ v,\ \alpha). \qquad (3.25)$$

Выражение (3.25) называют формулой Энгсета.

2. Вероятность потери вызова

$$P_в = \Lambda_{пот}/\Lambda = \Lambda_v P_v \Big/ \sum_{j=0}^{v} \Lambda_j P_j = (N-v) C_N^v \alpha^v \Big/ \sum_{j=0}^{v} (N-j) C_N^j \alpha^j =$$

$$= \varepsilon(N-1,\ v,\ \alpha). \qquad (3.26)$$

Сравнение формул (3.25) и (3.26) показывает, что всегда $P_t > P_в$. Равенство наступает только в предельном случае при $N \to \infty$, когда примитивный поток переходит в простейший. Выражение (3.26) на основе логических рассуждений можно непосредственно получить из (3.25). Вызов, поступивший от конкретного свободного источника, будет потерян, если в этот момент заняты все v выходов. Эта занятость должна быть обеспечена остальными $N-1$ источниками. Поскольку поступление вызова от свободного источника происходит чисто случайным образом (промежуток свободности распределен по показательному закону), то $P_в(N,\ v,\ \alpha) = P_t(N-1,\ v,\ \alpha)$. Для определения величины $P_в$ как функции параметров N, v и α можно использовать табл. П5.

3. Интенсивность обслуженной нагрузки. В соответствии с определением

$$Y = \sum_{i=1}^{v} i P_i = \sum_{i=1}^{v} \Lambda_{i-1} P_{i-1} = \sum_{i=0}^{v-1} \Lambda_i P_i = \frac{\alpha N \sum_{i=0}^{v-1} C_{N-1}^i \alpha^i}{\sum_{j=0}^{v} C_N^i \alpha^j} = \frac{\alpha N (1-P_в)}{1+\alpha(1-P_в)}. \qquad (3.27)$$

Для определения величины Y в зависимости от нормы потерь вызовов $P_в$, числа источников N и емкости полнодоступной группы выходов v можно использовать табл. П.4. Для промежуточных значений N, отсутствующих в табл. П4, следует применять линейную интерполяцию. Например, необходимо определить значение Y при $P_в = 0{,}030$, $v = 20$ и $N = 80$. Ближайшие соседние значения: $Y' = 14{,}204$ Эрл при $N' = 70$ и $Y'' = 13{,}999$ Эрл при $N'' = 100$. Тогда

$$Y = Y' + \frac{Y''-Y'}{N''-N'}(N-N') = 14{,}136 \text{ Эрл}.$$

С ростом числа источников N пропускная способность системы снижается, приближаясь в пределе (при $N \to \infty$) к пропускной способности системы, обслуживающей простейший поток.

4. Интенсивность поступающей нагрузки, усредненной по всем состояниям системы, или математическое ожидание параметра потока вызовов

$$\Lambda=\sum_{i=0}^{v}\Lambda_i P_i=\sum_{i=0}^{v}\alpha(N-i)P_i=\alpha(N-Y)=\alpha N/[1+\alpha(1-P_{\text{в}})]. \quad (3.28)$$

5. Интенсивность потенциальной нагрузки

$$A=\sum_{i=1}^{N} i P_i=\sum_{i=1}^{N}\Lambda_{i-1}P_{i-1}=\sum_{i=0}^{N-1}\Lambda_i P_i=\sum_{i=0}^{N-1}\alpha(N-i)C_N^i a^i(1-a)^{N-i}=$$

$$=\alpha N(1-a)\sum_{i=0}^{N-1}C_{N-1}^i a^i(1-a)^{N-1-i}=Na, \quad (3.29)$$

где вероятность P_i определяется в соответствии с распределением Бернулли (3.12). Таким образом, величина a определяет интенсивность потенциальной нагрузки от одного источника.

6. Вероятность потерь по нагрузке. С учетом формул (3.27) и (3.29) получаем

$$P_{\text{н}}=(A-Y)/A=P_{\text{в}}/[1+\alpha(1-P_{\text{в}})]=C_{N-1}^{v}\alpha^{v}\Big/\sum_{i=0}^{v}C_N^i\alpha^i=\frac{N-v}{N}P_t. \quad (3.30)$$

Из (3.30) следует, что при конечном значении α всегда $P_{\text{н}}<P_{\text{в}}$. Равенство имеет место только в предельном случае, когда $\alpha\to 0$ и примитивный поток переходит в простейший. С учетом ранее полученного соотношения $P_{\text{в}}\leqslant P_t$ имеет место общее неравенство $P_{\text{н}}\leqslant P_{\text{в}}\leqslant P_t$ (см. рис. 3.7). Неравенство $P_{\text{н}}\leqslant P_{\text{в}}$ обусловлено неравенством $A\leqslant\Lambda$. Рассмотрим разность

$$\Lambda-A=\frac{\alpha N}{1+\alpha(1-P_{\text{в}})}-\frac{\alpha N}{1+\alpha}=\frac{\alpha N}{1+\alpha}\,\frac{\alpha P_{\text{в}}}{1+\alpha(1-P_{\text{в}})}=\alpha A P_{\text{н}}. \quad (3.31)$$

Различие между интенсивностями потенциальной и поступающей нагрузок обусловлено следующей особенностью рассматриваемой модели. При получении отказа в соединении источник сразу становится свободным и наравне с другими свободными источниками получает возможность посылать новые вызовы. Параметр потока и соответственно интенсивность поступающей нагрузки возрастают на величину $\alpha A P_{\text{н}}$. При этом произведение $AP_{\text{н}}$ определяет интенсивность потерянной нагрузки или среднее число источников, ставших свободными после получения отказа в соединении, а α, как известно, есть интенсивность одного свободного источника. Если предположить, что источник по получении отказа блокируется на время обслуживания, то увеличения интенсивности поступающей нагрузки не произойдет и будет иметь место равенство $\Lambda=A$. Характерно, что в этом случае вероятности занятости i источников (обслуживаемых и блокируемых) подчиняются распределению Бернулли, а распределение вероятностей занятости i линий отличается от распределения Энгсета.

Таким образом, при обслуживании примитивного потока взаимодействие источника с системой обслуживания характеризуется четырьмя параметрами нагрузки, физический смысл которых

необходимо четко различать, поскольку численные значения их неодинаковы. Неправильное применение их при расчетах может привести к заметным погрешностям, особенно в области средних и больших потерь. Рассмотрим эти параметры:

интенсивность вызовов в одну условную единицу свободного времени источника $\alpha(\overline{0, \infty})$, выз/у. е. в.;

интенсивность вызовов от источника в одну условную единицу текущего времени, или интенсивность поступающей от источника нагрузки $\nu(\overline{0, \infty})$, выз/у. е. в. (Эрл). Из (3.28)

$$\nu = \Lambda/N = \alpha/[1 + \alpha(1 - P_в)]; \tag{3.32}$$

интенсивность потенциальной нагрузки от источника $a(\overline{0, 1})$, Эрл

$$a = \alpha/(1 + \alpha); \tag{3.33}$$

интенсивность обслуженной нагрузки, отнесенная к одному источнику $y(\overline{0, v/N})$, Эрл. Из (3.27)

$$y = Y/N = \alpha(1 - P_в)/[1 + \alpha(1 - P_в)]. \tag{3.34}$$

Из сравнения (3.32), (3.33) и (3.34) следует

$$y \leqslant a \leqslant \nu \leqslant \alpha. \tag{3.35}$$

Для удобства расчетов можно использовать следующие выражения:

$$\nu = \alpha(1 - y); \quad y = \nu(1 - P_в) = a(1 - P_н); \tag{3.36); (3.37}$$

$$\alpha P_н = \nu P_в; \quad \alpha = y/(1 - y)(1 - P_в) = \nu/[1 - \nu(1 - P_в)]; \tag{3.38); (3.39}$$

$$(1 - v/N) P_t = (1 - y) P_в = P_н. \tag{3.40}$$

Таким образом, если при заданных значениях N, v и одного из перечисленных выше параметров нагрузки известна одна из характеристик качества обслуживания, например $P_в$, то остальные характеристики легко определяются. Вероятность потерь по вызовам $P_в$ в зависимости от интенсивности потенциальной нагрузки a, числа источников N и емкости группы выходов v табулирована в [11] и частично в [12]. Используя соотношение $P_t(N, v, a) = P_в(N+1, v, a)$, по указанным таблицам можно также определить вероятность потерь по времени. В [14] приведены таблицы интенсивностей поступающей нагрузки Λ в зависимости от числа источников N, числа выходов v и нормы потерь $P_в$.

Пример. Рассчитаем основные характеристики качества с использованием табл. П5. Пусть $\alpha = 3$ выз/ч, среднее время обслуживания одного вызова $h = 120$ с, число источников $N = 30$ и число выходов $v = 6$. Тогда $\alpha = 3 \cdot 120/3600 = 0{,}1$ выз/у. е. в. (Эрл). В соответствии с табл. П5 вероятность потери вызова $P_в = 0{,}030$. Интенсивность обслуженной нагрузки $Y = 2{,}65$ Эрл (3.27) и $y = 0{,}0884$ Эрл (3.34). Интенсивность потенциальной нагрузки $A = 2{,}73$ Эрл (3.29) и $a = 0{,}0909$ Эрл (3.33). Интенсивность поступающей нагрузки $\Lambda = 2{,}734$ Эрл (3.28) и $\nu = 0{,}091$ Эрл (3.32). Вероятность потерь по времени $P_t = 0{,}034$ и по нагрузке $P_н = 0{,}027$ (3.40). Таким образом, соотношения $P_н \leqslant P_в \leqslant P_t$ и $y \leqslant a \leqslant \nu \leqslant \alpha$ выдерживаются.

Если в качестве исходной величины задана интенсивность обслуженной нагрузки Y, удобно использовать табл. П4. Непосредственно или применяя интерполяцию определяют вероятность потери вызова $P_в$. Затем по (3.40) вычисляют остальные виды потерь, а по (3.37) и (3.38) — интенсивность нагрузок.

3.4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ЗАНЯТИЯ ФИКСИРОВАННЫХ ВЫХОДОВ

Полученные выше распределения вероятностей P_i характеризуют количество, общее число занятых выходов в системе. На практике, однако, часто возникает необходимость в определении вероятности H_i занятия i определенных фиксированных выходов. При этом несущественно, заняты только отмеченные i $(i=\overline{0,\ v})$ выходов или одновременно с ними еще некоторые j $(j=0,\ v-i)$ выходов (рис. 3.8). Значение вероятности H_i зависит от способа занятия свободных выходов. При упорядоченном занятии выражение для H_i получается весьма сложным и поэтому здесь не рассматривается. При случайном занятии вывод упрощается, поскольку вероятности занятия любой комбинации с одним и тем же числом занятых выходов одинаковы и легко вычисляются.

Если в системе с вероятностью P_{i+j} занято точно $i+j$ выходов, то вероятность занятия одной конкретной комбинации выходов равна отношению P_{i+j}/C_v^{i+j}. Отмеченные i выходов могут быть заняты совместно с любыми j выходами в C^j_{v-i} комбинациях. С учетом того, что j — любое число в пределах $j=\overline{0,\ v-i}$, получаем вероятность H_i занятия фиксированных выходов:

$$H_i=\sum_{j=0}^{v-i} C^j_{v-i}\,P_{i+j}/C_v^{i+j}. \qquad (3.41)$$

Для основных распределений вероятностей P_i найдем значение соответствующих вероятностей H_i:

распределение Эрланга

$$H_i=\sum_{j=0}^{v-i}\frac{C^j_{v-i}}{C_v^{i+j}}\,\frac{\Lambda^{i+j}/(i+j)!}{\sum\limits_{k=0}^{v}\Lambda^k/k!}=\frac{E_v(\Lambda)}{E_{v-i}(\Lambda)}, \qquad (3.42)$$

где $E_v(\Lambda)$ — символическая запись формулы Эрланга;

распределение Энгсета

$$H_i=\sum_{j=0}^{v-i}\frac{C^j_{v-i}}{C_v^{i+j}}\,\frac{C_N^{i+j}\,\alpha^{i+j}}{\sum\limits_{k=0}^{v}C_N^k\,\alpha^k}=\frac{\varepsilon(N,\ v,\ \alpha)}{\varepsilon(N-i,\ v-i,\ \alpha)}, \qquad (3.43)$$

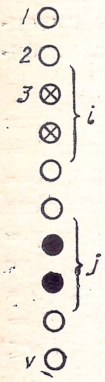


Рис. 3.8. К расчету распределения вероятностей занятия i фиксированных выходов

где $\varepsilon(N, v, \alpha)$ — символическая запись формулы Энгсета; распределение Бернулли

$$H_i = \sum_{j=0}^{N-i} \frac{C_{v-i}^{j}}{C_v^{i+j}} C_N^{i+j} a^{i+j} (1-a)^{N-i-j} = a^i ; \tag{3.44}$$

для распределения Пуассона $H_i \to 0$, поскольку в этом случае $a \to 0$.

3.5. АНАЛИЗ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ПОЛНОДОСТУПНОЙ СИСТЕМЫ С ЯВНЫМИ ПОТЕРЯМИ

Пропускная способность полнодоступной системы с явными потерями сообщений Y зависит от числа выходов v, нормы потерь $P_в$ и числа источников вызовов N. При фиксированном значении N пропускная способность системы всегда возрастает с ростом v и $P_в$ (см. рис. 3.3 и табл. П3 и П4). Среднее использование выхода при этом также увеличивается (см. рис. 3.4). С ростом числа источников N при $v = \text{const}$ и $P_в = \text{const}$ пропускная способность системы уменьшается (рис. 3.9), достигая наименьшего значения при $N \to \infty$ (простейший поток). Покажем, что пропускная способность системы при обслуживании примитивного тока всегда выше, чем при обслуживании простейшего. Воспользуемся для этого следующей теоремой [26].

Пусть две случайные величины принимают значения a_i и b_i $(i = \overline{0, v})$ с вероятностью

$$P_i = \frac{\prod_{k=0}^{i-1} (a_k - b_k)/i!}{\sum_{j=0}^{v} \prod_{k=0}^{j-1} (a_k - b_k)/j!} , \tag{3.45}$$

причем $a_i \geqslant a_{i+1}$ и $a_v \geqslant b_i$. Пусть далее даны две функции:

$$P_в = \frac{\prod_{k=1}^{v} (a_k - b_k)/v!}{\sum_{j=0}^{v} \prod_{k=1}^{j} (a_k - b_k)/j!} ; \tag{3.46}$$

$$P'_в = \frac{\prod_{k=1}^{v} (a_k - B)/v!}{\sum_{j=0}^{v} \prod_{k=1}^{j} (a_k - B)/j!} , \tag{3.47}$$

где $B = \sum_{i=0}^{v} b_i P_i$ — математическое ожидание величины b_i. Тогда при $b_i \leqslant b_{i+1}$ имеет место $P_в \leqslant P'_в$ и обратное соотношение при $b_i \geqslant b_{i+1}$.

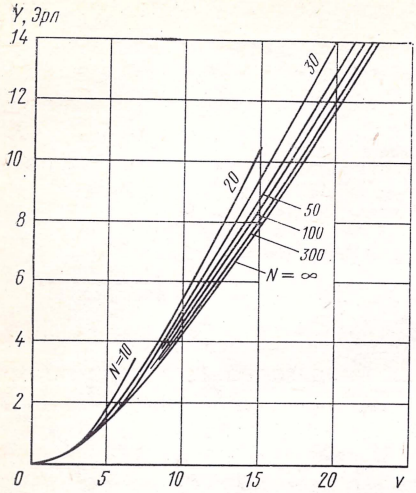


Рис. 3.9. Зависимость пропускной способности Y от числа выходов v полнодоступной системы при $N=$ $=\text{const}$ и $P_в=0{,}010$

При подстановке $a_k=\alpha N$ и $b_k=$ $=\alpha k$ выражение (3.45) превращается в распределение Энгсета, а выражение (3.46) — в формулу Энгсета для потерь вызовов. Математическое ожидание величины $b_k=\alpha k$ есть $B=\alpha Y$, соответственно $a_k-B=\alpha(N-Y)=\Lambda$ и выражение (3.47) превращается в формулу Эрланга. Поскольку в данном случае $b_k\leqslant b_{k+1}$, то $P_в\leqslant P'_в$. Таким образом, при одинаковой интенсивности поступающей нагрузки Λ формула Эрланга дает большую величину потерь вызовов, чем формула Энгсета. Очевидно, справедливо и обратное утверждение: при одинаковой вероятности потерь вызовов интенсивность поступающей нагрузки, вычисленная с использованием формулы Эрланга, будет меньше, чем при использовании формулы Энгсета. Поскольку $Y=\Lambda(1-P_в)$, данное утверждение относится и к интенсивности обслуженной нагрузки. Следовательно, с точки зрения пропускной способности примитивный поток всегда «лучше» простейшего.

В отношении потерь по времени уже нельзя утверждать, что для примитивного потока они всегда будут меньше, чем для простейшего при одинаковой интенсивности обслуженной или поступающей нагрузки. При больших значениях потерь возможны участки, когда значения P_t для примитивного потока будут несколько больше, чем для простейшего. Если сравнение двух потоков производится при одинаковой интенсивности потенциальной нагрузки, то потери по нагрузке для примитивного потока всегда меньше, чем для простейшего. Что касается остальных видов потерь $P_в$ или P_t, то в области больших значений потерь возможны участки с обратным соотношением.

Важной характеристикой системы наряду с пропускной способностью является единичное приращение $\Delta y_v=Y_v-Y_{v-1}$ интенсивности обслуженной нагрузки при увеличении числа выходов на единицу с $v-1$ до v и постоянной норме потерь $P_в$. На рис. 3.10 показана зависимость единичного приращения Δy_v от числа выходов v при обслуживании простейшего потока с $P_в=\text{const}$. В области малых значений v (не более 15) характерен быстрый рост величины Δy_v, а затем наступает период насыщения, когда значение Δy_v увеличивается незначительно. С увеличением нормы потерь $P_в$ значение Δy_v также возрастает.

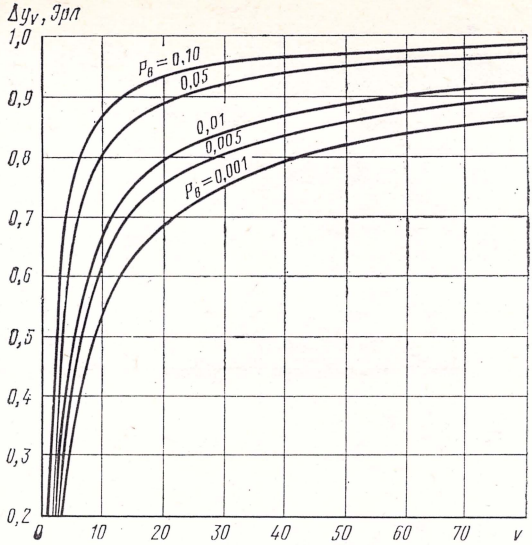


Рис. 3.10. Зависимость единичного приращения Δy_v от числа выходов v при обслуживании простейшего потока и $P_в=\text{const}$

Для примитивного потока при $N=\text{const}$ ход зависимостей $\Delta y_v=f(v)$ во многом идентичен, хотя абсолютные значения Δy_v будет несколько выше. С ростом N при прочих равных условиях величина приращения Δy_v уменьшается. Поскольку для полнодоступных систем при $P_в$ и $N=\text{const}$ всегда $\Delta y_{v+1}>\Delta y_v$, то

$$2Y_v<Y_{v+1}+Y_{v-1}<Y_{v+2}+Y_{v-2}<\ldots<Y_{2v-1}+Y_1<Y_{2v}. \qquad (3.48)$$

Из (3.48) следует, что при полнодоступном включении пучков линий объединение двух пучков линий всегда приводит к увеличению пропускной способности, причем наибольший эффект получается при объединении пучков равной емкости. Оценивать эффективность объединения пучков линий можно числом сэкономленных линий Δv (при неизменной интенсивности обслуженной нагрузки) или приращением пропускной способности ΔY (при неизменном числе линий). На рис. 3.11 показана зависимость величин

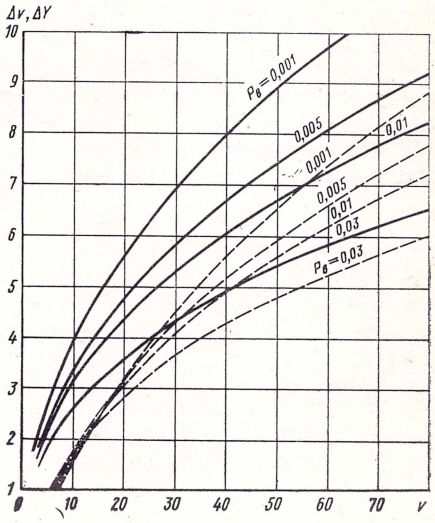


Рис. 3.11. Зависимость величин Δv и ΔY от емкости объединенного пучка v при обслуживании простейшего потока

Δv (сплошные линии) и ΔY (штриховые) от емкости объединенного пучка v при обслуживании простейшего потока. С ростом емкости пучка абсолютные значения Δv и ΔY увеличиваются, однако отношения $\Delta v/v$ и $\Delta Y/v$, наоборот, уменьшаются. Влияние принятой нормы потерь $P_в$ на Δv и ΔY несколько различно. Если Δv всегда возрастает с уменьшением потерь, то ΔY увеличивается, начиная только с $v \approx 11$ линий.

ЗАДАЧИ

3.1. На полнодоступную систему с тремя выходами поступает простейший поток вызовов с параметром $\lambda = 72$ выз/ч. Среднее время обслуживания одного вызова $h = 90$ с. Используя первое распределение Эрланга, рассчитать вероятность всех возможных состояний системы P_i $(i = \overline{0,3})$. Определить интенсивность обслуженной нагрузки. Сравнить полученные результаты с рис. 3.1.

3.2. На полнодоступную систему поступает простейший поток с параметром $\lambda = 240$ выз/ч. Среднее время обслуживания одного вызова $h = 180$ с. Определить число выходов v в системе так, чтобы потери сообщения не превышали 0,015. Указать реально возникающие потери и интенсивность обслуженной нагрузки.

3.3. На полнодоступную систему, имеющую $v = 25$ выходов, поступает простейший поток с параметром $\lambda = 360$ выз/ч. Среднее время обслуживания одного вызова $h = 160$ с. Определить вероятность занятия всех выходов, $i = 10$ любых выходов и $i = 10$ фиксированных выходов.

3.4. При условиях задачи 3.3 определить пропускную способность коммутационной системы, а также 1, 5, 10, 15, 25-го выходов при случайном и упорядоченном занятии выходов. Рассчитать вероятность потери вызова на этих выходах. Проанализировать полученные результаты.

3.5. При условиях задачи 3.3 определить математическое ожидание и дисперсию обслуженной, потенциальной и избыточной нагрузок. Сравнить полученные результаты.

3.6. Для условий задачи 3.3 построить распределение вероятностей P_i, отметив максимальные значения.

3.7. Полнодоступная система, имеющая $v = 20$ выходов, обслуживает простейший поток. Определить потери сообщения при заданной интенсивности поступающей нагрузки $\Lambda = 12$ Эрл, а также при ее изменениях на ± 10 и 20%. Сделать вывод о влиянии колебаний интенсивности нагрузки на величину средних потерь.

3.8. В результате измерений обнаружено, что первый выход занимается в среднем $t = 42$ мин/ч. Определить использование десятого выхода при упорядоченном и случайном занятии выходов. Предположить, что поступающий поток вызовов простейший.

3.9. В системе в среднем занято 12 выходов из 20 возможных. Определить вероятность занятия 15-го выхода при упорядоченном и случайном занятии выходов.

3.10. На полнодоступный пучок емкостью $v = 10$ двусторонних соединительных линий поступают два простейших потока вызовов с параметрами $\lambda_1 = 120$ выз/ч и $\lambda_2 = 80$ выз/ч. При занятии линии на противоположный конец передается сигнал блокировки. Время передачи сигнала $\tau = 40$ мс. Определить ве-

роятность встречного соединения, т. е. одновременного (за промежуток τ) поступления вызовов с обоих концов одной и той же соединительной линии, при случайном занятии линий в пучке. Среднее время обслуживания одного вызова $h=90$ с.

3.11. Для условий задачи 3.10 найти вероятность встречного соединения при упорядоченном занятии и одинаковой, а также противоположной нумерации линий с обеих сторон пучка.

3.12. Полнодоступная система из трех выходов обслуживает $N=10$ источников вызовов. Интенсивность одного источника в свободном состоянии $\alpha=6$ выз/ч. Среднее время обслуживания одного вызова $h=90$ с. Используя распределение Энгсета, рассчитать вероятности всех возможных состояний системы P_i $(i=\overline{0,3})$. Определить вероятности всех видов потерь и интенсивности всех видов нагрузок.

3.13. Полнодоступная система, имеющая $v=10$ выходов, обслуживает $N=50$ источников вызовов. Интенсивность одного источника в свободном состоянии $\alpha=3$ выз/ч. Среднее время обслуживания одного вызова $h=120$ с. Определить вероятности потери вызова, потерь по времени и по нагрузке, а также интенсивности потенциальной, поступающей и обслуженной нагрузок.

3.14. При условиях задачи 3.13 определить вероятность занятия всех v выходов и вероятность занятия $i=5$ выходов.

3.15. При условиях задачи 3.13 рассчитать и построить распределение вероятностей состояний системы P_i $(i=\overline{0,10})$, отметив максимальные значения.

3.16. Полнодоступная коммутационная система должна обслужить нагрузку с интенсивностью $Y=8$ Эрл от $N=50$ источников при вероятности потерь вызовов не более $P_в \leqslant 0{,}01$. Определить необходимое число линий и возникающие при этом потери.

3.17. Коммутатор состоит из $N=20$ входов и $M=25$ выходов. Определить вероятности занятия $i=10$ любых и $i=10$ фиксированных выходов. Интенсивность нагрузки на вход 0,4 Эрл.

3.18. Построить графическую зависимость среднего использования одной линии от емкости полнодоступного пучка линий $\eta=f(v)$ при обслуживании простейшего и примитивного потоков вызовов. Вероятность потери вызова $P_в=0{,}030$. В случае примитивного потока принять число источников $N=10$, 20, 30, 50 и 100. Проанализировать полученные результаты.

3.19. Полнодоступный пучок из $v=5$ линий обслуживает $N=20$ источников вызовов. Интенсивность обслуженной нагрузки, отнесенная к одному источнику, равна $y=0{,}1$ Эрл. Определить вероятность потери вызова при исходящей и входящей связи. Учесть, что при исходящей связи вызов может поступить только от свободного источника, а при входящей к любому источнику.

3.20. В линейном концентраторе емкостью $N=20$ номеров между линейным и станционным блоками имеется $v=5$ соединительных линий. При исходящем или входящем внешнем соединении занимается одна соединительная линия, при внутреннем — две. Интенсивность обслуженной (на одну абонентскую линию) нагрузки внешней связи равна 0,05 Эрл, внутренней связи — 0,03 Эрл. Определить общую интенсивность нагрузки, обслуженной пучком соединительных линий, и вероятности потери вызова при исходящем, входящем и внутреннем соединениях. Для упрощения расчетов принять, что вероятности числа занятых линий подчиняются распределению Энгсета.

3.21. Для условий задачи 3.20 принять, что при внутренней связи две соединительные линии занимаются только на время соединения, а затем одна линия освобождается и сообщение передается по оставшейся. Для упрощения расчетов нагрузкой на соединительную линию во время установления соединения пренебречь.

3.22. При условиях задачи 3.20 принять, что внутреннее соединение осуществляется с занятием только одной соединительной линии.

ГЛАВА 4

ПОЛНОДОСТУПНАЯ СИСТЕМА С ОЖИДАНИЕМ

4.1. ПРОСТЕЙШИЙ ПОТОК. ПОКАЗАТЕЛЬНОЕ ВРЕМЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ

Рассматриваемая здесь модель во многом аналогична первой задаче Эрланга. Полнодоступная коммутационная система, имеющая v выходов, обслуживает простейший поток вызовов. Время обслуживания одного вызова — случайная показательно-распределенная величина со средним значением, принятым за единицу времени ($h=1$ у.е.в.). Параметр потока вызова Λ, выраженный в эрлангах, можно рассматривать как интенсивность поступающей нагрузки. При занятости всех v выходов поступивший вызов становится в очередь и обслуживается после некоторого ожидания. Общее число вызовов, находящихся в системе на обслуживании и в очереди, обозначим i ($i=\overline{0, \infty}$) и назовем состоянием системы. При $i=\overline{0, v}$ величина i характеризует число занятых выходов в системе, при $i=\overline{v, \infty}$ число занятых выходов равно v, а разность $i-v$ есть длина очереди. Параметр потока освобождений определяется числом занятых выходов и в первом случае ($i=\overline{0, v}$) зависит от состояния системы i, а во втором ($i=\overline{v, \infty}$) имеет постоянное значение v. Вероятность того, что система в установившемся режиме находится в состоянии i, обозначим через P_i. По аналогии с (3.4) система уравнений для состояния статистического равновесия имеет следующий вид:

$$\left.\begin{aligned}(\Lambda+i)P_i&=\Lambda P_{i-1}+(i+1)P_{i+1}, \quad i=\overline{0, v-1};\\(\Lambda+v)P_i&=\Lambda P_{i-1}+vP_{i+1}, \quad i=\overline{v, \infty}.\end{aligned}\right\} \tag{4.1}$$

Обозначим $F_i=\Lambda P_i-(i+1)P_{i+1}$ при $i=\overline{0, v-1}$ и $F_i=\Lambda P_i-vP_{i+1}$ при $i=\overline{v, \infty}$. Тогда из (4.1) получаем $F_i=F_{i-1}=\ldots=F_0=0$,

откуда следуют два простых рекуррентных соотношения для вычисления вероятностей P_i:

$$\left.\begin{aligned}&(i+1)P_{i+1}=\Lambda P_i, \quad i=\overline{0,\ v-1};\\&vP_{i+1}=\Lambda P_i, \quad i=\overline{v,\ \infty}.\end{aligned}\right\} \tag{4.2}$$

Принимая значения i последовательно равными 0, 1, 2, ..., получаем

$$\left.\begin{aligned}&P_i=\Lambda^i P_0/i! \quad i=\overline{0,\ v};\\&P_i=(\Lambda/v)^{i-v}\Lambda^v P_0/v! \quad i=\overline{v,\ \infty}.\end{aligned}\right\} \tag{4.3}$$

Для определения вероятности P_0 воспользуемся условием нормировки $\sum\limits_{j=0}^{\infty} P_j=1$. При подстановке в это условие выражения (4.3) имеем

$$P_0=\left[\sum_{j=0}^{v-1}(\Lambda^j/j)!+\frac{\Lambda^v}{v!}\sum_{j=0}^{\infty}(\Lambda/v)^j\right]^{-1}. \tag{4.4}$$

Выражение $\sum\limits_{j=0}^{\infty}(\Lambda/v)^j$ в (4.4) есть сумма бесконечной геометрической прогрессии. При $\Lambda\geqslant v$ ряд $(\Lambda/v)^j$ расходится и сумма его стремится к бесконечности. Соответственно $P_0\to 0$, и все вероятности $P_i\to 0$ при конечном значении i. Можно показать, что $\lim\limits_{\to\infty} P_i=1$. Это означает, что при интенсивности поступающей нагрузки Λ, равной или большей числа выходов системы v, с вероятностью 1 постоянно будут заняты все выходы и длина очереди будет бесконечной. Поэтому, чтобы система могла функционировать нормально и очередь не росла безгранично, необходимо выполнить условие $\Lambda<v$. В этом случае прогрессия $(\Lambda/v)^j$ будет убывающей и сумма ее $\sum\limits_{j=0}^{\infty}(\Lambda/v)^j=v/(v-\Lambda)$. Соответственно

$$P_0=\left\{\sum_{j=0}^{v-1}\Lambda^j/j!+\Lambda^v/[(v-\Lambda)(v-1)!]\right\}^{-1}. \tag{4.5}$$

С учетом (4.3) и (4.5) получаем второе распределение Эрланга:

$$\begin{aligned}&P_i=\frac{\Lambda^i/i!}{\sum\limits_{j=0}^{v-1}\Lambda^j/j!+\Lambda^v/[(v-\Lambda)(v-1)!]}, \quad i=\overline{0,\ v};\\&P_i=\frac{(\Lambda/v)^{i-v}\Lambda^v/v!}{\sum\limits_{j=0}^{v-1}\Lambda^j/j!+\Lambda^v/[(v-\Lambda)(v-1)!]}, \quad i=\overline{v,\ \infty}.\end{aligned} \tag{4.6}$$

Для вычисления вероятностей (4.6) можно применять таблицы пуассоновского распределения П1. После не сложных преобразований имеем:

$$P_i = \frac{(v-\Lambda)\,[P_{k\geqslant i}(1) - P_{k\geqslant i+1}(1)]}{v\,[1-P_{k\geqslant v+1}(1)] - \Lambda\,[1-P_{k\geqslant v}(1)]}, \quad i=\overline{0,\ v};$$

$$P_i = \frac{(\Lambda/v)^{i-v}\,(v-\Lambda)\,[P_{k\geqslant v}(1) - P_{k\geqslant v+1}(1)]}{v\,[1-P_{k\geqslant v+1}(1)] - \Lambda\,[1-P_{k\geqslant v}(1)]}, \quad i=\overline{v,\ \infty}. \qquad (4.7)$$

Пример. Необходимо определить вероятности состояний P_5 и P_{10} при $v=8$ и $\Lambda=4$ Эрл. В соответствии с **(4.7)**:

$$P_5 = \frac{(8-4)\,(0{,}3712-0{,}2149)}{8\,(1-0{,}0214)-4\,(1-0{,}0511)} = 0{,}155;$$

$$P_{10} = \frac{(4/8)^5\,(8-4)\,(0{,}0511-0{,}0214)}{8\,(1-0{,}0214)-4\,(1-0{,}0511)} = 0{,}92\cdot 10^{-3}.$$

На рис. 4.1 для трехлинейной системы показано распределение вероятностей состояний P_i $(i=\overline{0,\ 3})$ в зависимости от интенсивности обслуженной $Y(\overline{0,\ 3}$ Эрл) и поступающей $\Lambda(\overline{0,\ 3}$ Эрл) нагрузок. Величина P_3 есть вероятность занятости трех линий при условии отсутствия очереди, а величина $P_{\geqslant 3} = \sum\limits_{k=3}^{\infty} P_k$ — безусловная вероятность занятия трех линий. Для любого значения Y или Λ имеет место $P_0+P_1+P_2+P_{\geqslant 3}=1$. При фиксированном значении Λ распределение вероятностей P_i $(i=\overline{0,\ \infty})$ по форме напоминает пуассоновское распределение (см. рис. 1.2). Здесь также при целом Λ имеют место две наибольшие вероятности P_i при $i=\Lambda$ и $i=\Lambda-1$, а при дробном Λ — только одна при $i=[\Lambda]$. Поскольку всегда $\Lambda<v$, с ростом i при $i>v$ вероятности P_i уменьшаются, стремясь в пределе к нулю.

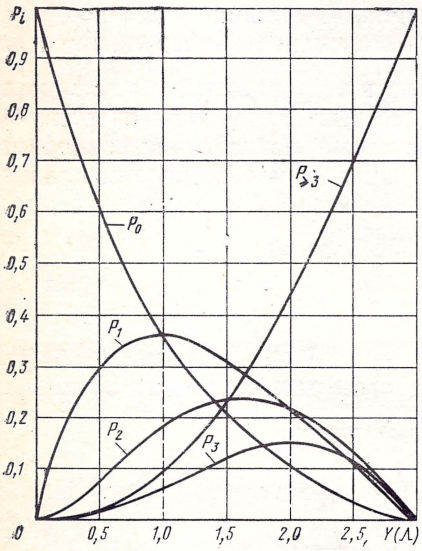


Рис. 4.1. Зависимость вероятностей состояний P_i (второе распределение Эрланга) от интенсивности обслуженной Y и поступающей Λ нагрузок для трехлинейной системы

4.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ

Вероятность ожидания для поступившего вызова. Для простейшего потока вызовов она совпадает с вероятностью занятости всех выходов в системе, т. е. с вероятностью потерь по времени:

$$P(\gamma > 0) = P_t = \sum_{k=v}^{\infty} P_k = \frac{\Lambda^v/(v-\Lambda)(v-1)!}{\sum_{j=0}^{v-1} \Lambda^j/j! + \Lambda^v/[(v-\Lambda)(v-1)!]} = D_v(\Lambda). \qquad (4.8)$$

Выражение (4.8) (символическая запись $D_v(\Lambda)$) называется второй формулой Эрланга. Существуют следующие расчетные соотношения между первой и второй формулами Эрланга:

$$D_v(\Lambda) = v E_v(\Lambda)/\{v - \Lambda[1 - E_v(\Lambda)]\}; \qquad (4.9)$$

$$1/D_v(\Lambda) = 1/E_v(\Lambda) - 1/E_{v-1}(\Lambda). \qquad (4.10)$$

Из (4.9) и (4.10) следует, что всегда $D_v(\Lambda) > E_v(\Lambda)$, т. е. при одинаковой интенсивности поступающей нагрузки вероятность ожидания в системе с ожиданием выше, чем вероятность потери вызова в системе с явными потерями. Неравенство $D_v(\Lambda) > E_v(\Lambda)$ сохраняется и при одинаковой интенсивности обслуженной нагрузки (ср. табл. П3 и П6). Указанное превышение потерь объясняется тем, что при освобождении выхода в системе с явными потерями он предоставляется поступающему вызову, а в системе с ожиданием при наличии очереди — ожидающему. Вновь поступившему вызову в этом случае приходится становиться в очередь. Следует, однако, отметить, что абоненты значительно спокойнее относятся к небольшому ожиданию, чем к отказам в установлении соединения. Поэтому при нормировании качества обслуживания можно допускать бо́льшее значение вероятности $P(\gamma > 0)$ по сравнению с величиной $P_в$ в системе с явными потерями. В то же время проведенное сравнение несколько условно, поскольку рассматриваются принципиально разные дисциплины обслуживания: при занятости всех выходов в системе с явными потерями поступившее сообщение теряется, а в системе с ожиданием становится в очередь и обслуживается после некоторого ожидания.

Интенсивность обслуженной нагрузки. В соответствии с определением, используя рекуррентные соотношения (4.2), получаем

$$Y = \sum_{i=1}^{v} i P_i + \sum_{i=v+1}^{\infty} v P_i = \Lambda \sum_{i=1}^{v} P_{i-1} + \Lambda \sum_{i=v+1}^{\infty} P_{i-1} = \Lambda \sum_{i=0}^{\infty} P_i = \Lambda. \qquad (4.11)$$

Из-за отсутствия явных потерь сообщений интенсивность поступающей нагрузки совпадает с интенсивностью обслуженной и избыточная нагрузка отсутствует. Поскольку для простейшего потока интенсивность потенциальной нагрузки равна интенсивности поступающей, потерянная нагрузка также отсутствует. Однако не всегда в системе с ожиданием потери по нагрузке равны нулю. При обслуживании примитивного потока (данная модель здесь не рассматривается) источник за счет ожидания в среднем меньше находится в свободном состоянии, чем в системе без потерь. Это приводит к снижению интенсивности потока вызовов и поступающая нагрузка становится меньше потенциальной. И хотя все поступа-

ющие вызовы обслуживаются (равенство (4.11) сохраняется), потери по нагрузке имеют место.

На основании (4.11) величину Λ можно рассматривать как математическое ожидание числа занятых выходов, в $v-\Lambda$ — соответственно как математическое ожидание числа свободных выходов.

Вероятность превышения длиной очереди заданной величины n. Используя последовательно $n+1$ раз второе рекуррентное соотношение (4.2), получаем

$$P(S>n)=\sum_{i=v+n+1}^{\infty} P_i=(\Lambda/v)^{n+1}\sum_{i=v+n+1}^{\infty} P_{i-n-1}=(\Lambda/v)^{n+1}\sum_{i=v}^{\infty} P_i=$$
$$=(\Lambda/v)^{n+1} D_v(\Lambda). \qquad (4.12)$$

Средняя длина очереди. С учетом равенства $\sum_{i=0}^{\infty} iq^i=q/(1-q)^2$ получаем

$$\bar{S}=\sum_{i=v}^{\infty}(i-v)P_i=\sum_{i=0}^{\infty} i P_{i+v}=P_v\sum_{i=0}^{\infty} i(\Lambda/v)^i=P_v\Lambda/v/(1-\Lambda/v)^2=$$
$$=\Lambda D_v(\Lambda)/(v-\Lambda). \qquad (4.13)$$

Величина $\bar{S}$ есть интенсивность нагрузки, создаваемой ожидающими вызовами, а $\Lambda P(>0)$ — интенсивность потока задержанных вызовов, где каждый задержанный вызов в среднем ждет $\overline{\gamma_з}$. Тогда

$$\bar{S}=\Lambda P(\gamma>0)\,\overline{\gamma_з}. \qquad (4.14)$$

Средняя длительность ожидания. Из (4.13) и (4.14) следует

$$\overline{\gamma_з}=1/(v-\Lambda). \qquad (4.15)$$

Средняя длительность ожидания для любого поступившего вызова

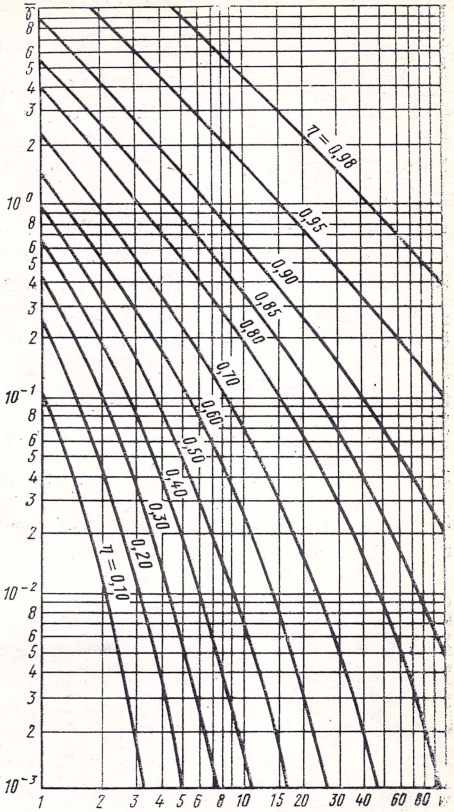
$$\bar{\gamma}=\overline{\gamma_з}P(\gamma>0)=D_v(\Lambda)/(v-\Lambda). \qquad (4.16)$$

Величины $\overline{\gamma_з}$ и $\bar{\gamma}$ выражены в условных единицах времени. На рис. 4.2 приведены зависимости $\bar{\gamma}=f(v)$. Пусть $v=20$ и $\Lambda=16$ Эрл, тогда из рис. 4.2 при $\eta=\Lambda/v=0{,}8$ определяем $\bar{\gamma}=0{,}064$ у. е. в. Используя (4.16), можно найти $P(\gamma>0)=D_v(\Lambda)=0{,}256$.

Вероятность ожидания свыше допустимого времени $t_д$. Величину $P(\gamma>t_д)$ часто называют условными потерями. В отличие от предыдущих характеристик, вероятность $P(\gamma>t_д)$ зависит от вида очереди. Наиболее простое выражение $P(\gamma>t_д)$ получается при упорядоченной очереди. Рассмотрим этот случай. Вероятность $P(\gamma>t_д)$ можно представить в виде следующей суммы:

$$P(\gamma>t_д)=\sum_{i=v}^{\infty} P_i(\gamma>t_д)P_i, \qquad (4.17)$$

Рис. 4.2. Средняя длительность ожидания в очереди $\overline{\gamma}$ при различных η (показательное время обслуживания)



где $P_i(\gamma > t_д)$ — вероятность ожидания свыше $t_д$ при поступлении вызова в состоянии системы i. Очевидно, $P_i(\gamma > t_д) > 0$ только при $i = v, \infty$. Для того чтобы поступивший вызов в состоянии системы i (длина очереди равна $i - v$) ждал начала обслуживания больше времени $t_д$, необходимо, чтобы за время $t_д$ освободилось не более $i - v$ линий. Параметр потока освобождений при наличии очереди — постоянный и равен v. В этом случае в соответствии с (1.24) поток освобождений является простейшим и вероятность освобождения k линий за время $t_д$

$$P_k(t_д) = (v\, t_д)^k e^{-v t_д}/k!.$$

Тогда

$$P_i(\gamma > t_д) = \sum_{k=0}^{i-v} P_k(t_д) = \sum_{k=0}^{i-v} \frac{(v\, t_д)^k}{k!} e^{-v t_д}. \qquad (4.18)$$

Подстановка (4.18) и (4.6) в (4.17) после ряда преобразований дает

$$P(\gamma > t_д) = D_v(\Lambda)\, e^{-(v-\Lambda)\, t_д}. \qquad (4.19)$$

Величина $t_д$ в (4.19) выражена в условных единицах времени.

При случайной очереди вероятность $P(\gamma > t_д)$ зависит не только от числа ожидающих вызовов в момент поступления рассматриваемого вызова, но и от числа вызовов, поступивших в течение времени ожидания. Для вызова, ожидающего некоторое время, вероятность ожидания еще не менее t будет такой же, как и для вновь поступившего. Поэтому при случайной очереди по сравнению с упорядоченной большая вероятность как малых, так и больших задержек. Дисперсия длительностей ожидания для отдельных вызовов при случайной очереди заметно больше, чем при упорядоченной, хотя среднее время ожидания одинаковое.

4.3. ПРОСТЕЙШИЙ ПОТОК. ПОСТОЯННОЕ ВРЕМЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ

Примем, что продолжительность обслуживания любого вызова — постоянная величина, равная $h=1$ у. е. в. Остальные предположения аналогичны перечисленным в § 4.1. В данном случае сформулированное в § 3.1. правило для состояния статистического равновесия применять нельзя, поскольку вероятность окончания обслуживания в промежутке Δt определяется не числом занятых линий, как прежде, а моментами начала обслуживания, и будет зависеть от расположения промежутка Δt на оси времени. Воспользуемся непосредственно уравнением (3.1), выбрав в качестве промежутка τ величину h. Обозначим через $P_i(t)$ вероятность наличия в системе i $(i=0, \infty)$ вызовов в момент t. Очевидно, в момент t в системе будет i вызовов только в том случае, если в момент $t-h$ в системе было не более v вызовов (соответствующая вероятность $\sum_{j=0}^{v} P_j(t-h)$), за промежуток h все они были обслужены и поступило i новых (соответствующая вероятность $\Lambda^i e^{-\Lambda}/i!$) либо в момент $t-h$ в системе было $v+j$ вызовов (вероятность

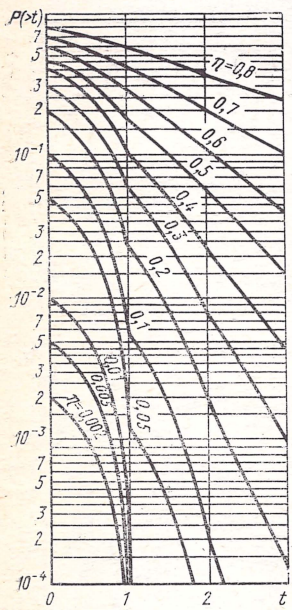


Рис. 4.3. Закон распределения длительности ожидания в упорядоченной очереди при различных η и $v=1$ (постоянное время обслуживания)

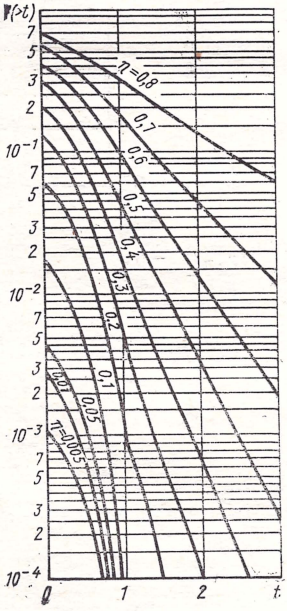


Рис. 4.4. Закон распределения длительности ожидания в упорядоченной очереди при различных η и $v=2$ (постоянное время обслуживания)

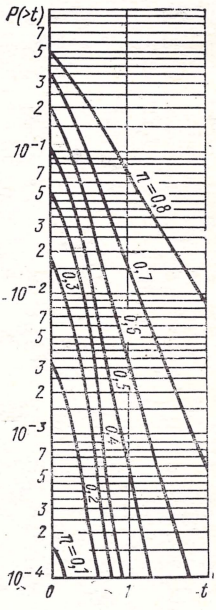


Рис. 4.5. Закон распределения длительности ожидания в упорядоченной очереди при различных η и $v=5$

$P_{v+j}(t-h)$), к моменту t окончилось обслуживание ровно v вызовов и за промежуток h поступило $i-j$ новых вызовов (вероятность $\Lambda^{i-j}e^{-\Lambda}/(i-j)!$). В соответствии с (3.1)

$$P_i(t)=\sum_{j=0}^{v} P_j(t-h)\,\Lambda^i e^{-\Lambda}/i!+\sum_{j=1}^{i} P_{v+j}(t-h)\,\Lambda^{i-j} e^{-\Lambda}/(i-j)!. \qquad (4.20)$$

Для установившегося режима система (4.20) будет аналогичной с учетом того, что $\lim\limits_{t\to\infty} P_i(t)=\lim\limits_{t\to\infty} P_i(t-h)=P_i$. Система (4.20) была решена Кроммелином. Полученные им расчетные формулы довольно громоздки, поэтому здесь не приводятся. При расчетах используют построенные Кроммелином в предположении упорядоченной очереди зависимости $P(\gamma>t)=f(t)$ (рис. 4.3—4.5). Например, для однолинейной системы при $\Lambda=0{,}3$ Эрл и $h=600$ мс имеем: $P(\gamma>0)=0{,}3$; $P(\gamma>1)=P(\gamma>600$ мс$)=0{,}027$; $P(\gamma>2)=$ $=P(\gamma>1200$ мс$)=0{,}007$; $P(\gamma>3)=P(\gamma>1800$ мс$)=0{,}001$.

В предположении случайной очереди данная задача была решена Берке для однолинейной системы (рис. 4.6). Для произвольного закона распределения времени обслуживания решение было по-

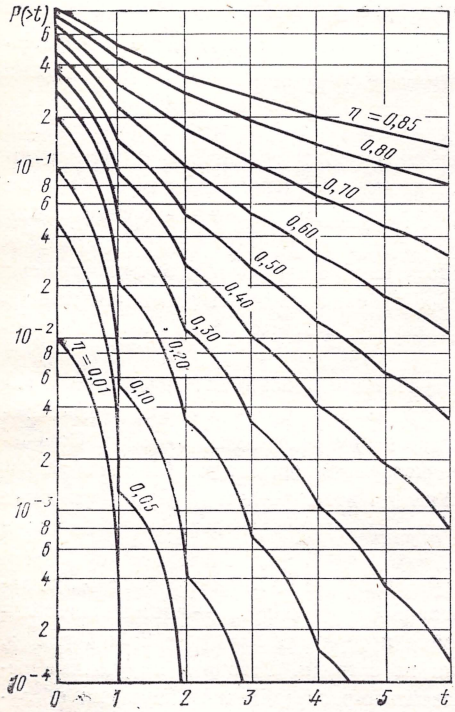


Рис. 4.6. Закон распределения длительности ожидания в случайной очереди при различных η и $v=1$ (постоянное время обслуживания)

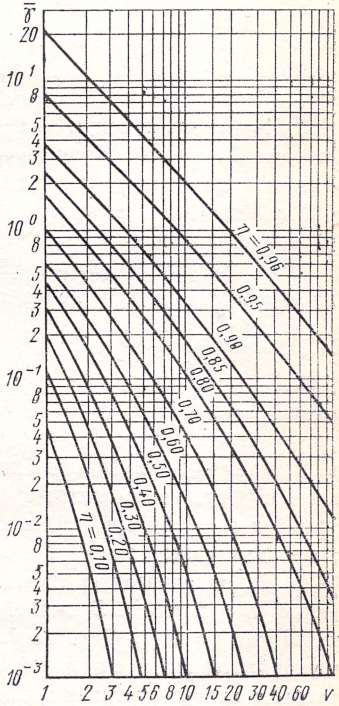


Рис. 4.7. Средняя длительность ожидания в очереди при различных η (постоянное время обслуживания)

лучено Хинчиным и Поллячеком для однолинейной системы. В этом случае

$$P(\gamma > 0) = \Lambda, \quad \overline{\gamma} = \Lambda(1+\sigma^2)/2(1+\Lambda). \tag{4.21}$$

Здесь σ^2 — дисперсия длительности обслуживания, у. е. в., при показательном распределении $\sigma^2=1$, при постоянном — $\sigma^2=0$. Из (4.21) следует, что при постоянном времени обслуживания средняя длительность ожидания в 2 раза меньше, чем при показательном. С ростом v это отношение уменьшается, однако всегда при постоянном времени обслуживания величина $\overline{\gamma}$ будет меньше, чем при показательном. Приведенные на рис. 4.7 зависимости $\overline{\gamma}=f(v)$ при постоянном времени обслуживания позволяют в этом убедиться (при сравнении с рис. 4.2).

ЗАДАЧИ

4.1. На полнодоступную систему с тремя выходами поступает простейший поток вызовов с параметром $\lambda=72$ выз/ч. Время обслуживания одного вызова — случайная величина, распределенная по показательному закону со средним $h=90$ с. Непосредственно используя второе распределение Эрланга, рассчитать вероятности занятия i $(i=\overline{0,3})$ выходов, определить интенсивность обслуженной нагрузки. Сравнить полученные результаты с зависимостями, приведенными на рис. 4.1.

4.2. На полнодоступную систему с $v=16$ выходами поступает простейший поток вызовов с параметром $\lambda=240$ выз/ч. Время обслуживания одного вызова — случайная величина, распределенная по показательному закону со средним $h=180$ с. Определить вероятность занятия всех выходов и вероятность занятия $i=10$ любых выходов.

4.3. При условиях задачи 4.2 определить: а) долю задержанных вызовов; б) долю вызовов, задержанных свыше $t_д$; в) среднее время ожидания любого поступившего и только задержанного вызова; г) среднюю длину очереди. Величина $t_д=0{,}5$; 1,0; 2,0 у. е. в.

4.4. На полнодоступную систему поступает простейший поток вызовов с параметром $\lambda=270$ выз/ч. Время обслуживания одного вызова — случайная величина, распределенная по показательному закону со средним $h=90$ с. Определить, используя табл. П6, необходимое число выходов так, чтобы доля задержанных вызовов не превосходила 0,02. Указать возникающие при этом условные потери при $t_д=0$; 0,5 и 1 у. е. в., а также среднюю длительность ожидания и среднюю длину очереди.

4.5. На однолинейную систему поступает простейший поток вызовов с параметром $\lambda=12$ выз/ч. Время обслуживания одного вызова — постоянная величина, равная $h=90$ с. Определить условные потери при $t_д=0$; 1; 2; и 3 у. е. в. для упорядоченной и случайной выборки из очереди. Сравнить полученные результаты с характеристиками для показательно-распределенного времени обслуживания.

4.6. На пятилинейную систему поступает простейший поток вызовов с параметром $\lambda=60$ выз/ч. Среднее время обслуживания одного вызова $h=120$ с. Определить условные потери при $t_д=0$; 1; 2 и 3 у. е. в. для постоянного и слу-

чайного показательно-распределенного времени обслуживания и при упорядоченной очереди. Сравнить полученные результаты.

4.7. Используя зависимости рис. 4.2 и 4.7, оценить, во сколько раз уменьшается средняя длительность ожидания при переходе от показательно-распределенного времени обслуживания к постоянному. Принять $v=1$; 5; 10; 20 и 50 и $\Lambda/v=0{,}10—0{,}90$.

ГЛАВА 5

ПОЛНОДОСТУПНАЯ СИСТЕМА С ПОВТОРЕНИЕМ

5.1. ОСНОВНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Модель системы с повторением более общая и соответственно более сложная по сравнению с моделями систем с явными потерями и с ожиданием, которые являются ее частными случаями при предельных значениях некоторых параметров. Особенности данной модели можно рассмотреть на примере полнодоступной системы на v выходов, обслуживающей простейший поток первичных вызовов. Как обычно, предположим, что время обслуживания вызова (первичного или повторного) — случайная величина, распределенная по показательному закону со средним значением единица ($h=1$ у. е. в.). Параметр потока первичных вызовов обозначим Λ. Поскольку он выражен в эрлангах, его можно также рассматривать как интенсивность первично поступающей нагрузки. Параметр потока повторных вызовов обозначим $j\beta$, где j — число источников повторных вызовов, а β — интенсивность повторения вызовов одним источником, выраженная в выз/у. е. в. (см. § 1.10).

Рассмотрим комбинированную дисциплину обслуживания с явными и условными потерями. С этой целью предположим, что источник, послав первичный вызов и получив отказ в соединении, с вероятностью H_1 повторяет его, а с вероятностью $1—H_1$ отказывается от дальнейших попыток установить соединение. Аналогичную вероятность для повторных вызовов обозначим H_2. Величины H_1 и H_2 характеризуют меру настойчивости источника вызовов.

Состояние системы обслуживания определим двумя случайными переменными: числом занятых выходов в системе $i\,(i=\overline{0,\ v})$ и числом источников, повторяющих вызовы, $j\,(j=\overline{0,\ \infty})$. Вероятность данного состояния системы в установившемся режиме обозначим P_{ij}. Изменение состояния системы за промежуток Δt возможно при осуществлении одного из следующих событий: поступлении первичного вызова (вероятность $\Lambda\Delta t$), поступлении повторного вызова (вероятность $j\beta\Delta t$) или освобождении одного из заня-

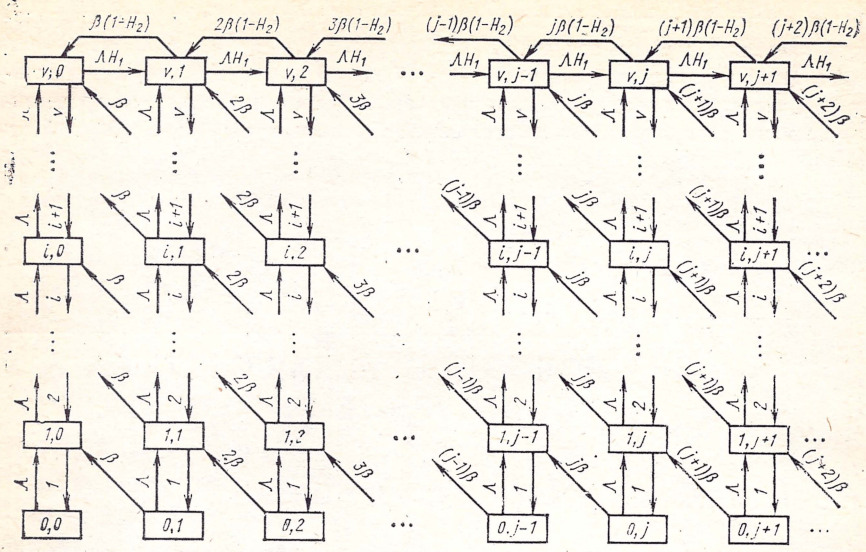


Рис. 5.1. Граф состояний системы с повторением

тых выходов (вероятность $i\Delta t$). В первом случае число занятых выходов $i\,(i<v)$ увеличивается на единицу, во втором случае одновременно с увеличением числа занятых выходов i уменьшится на единицу число источников повторных вызовов j, а в третьем — уменьшится на единицу число занятых выходов i (рис. 5.1). Если первичный вызов поступит в состоянии $[v, j]$, то источник, получив отказ в соединении, с вероятностью H_1 перейдет в число повторяющих вызовы (величина j при этом увеличится на единицу), а с вероятностью $1-H_1$ опять станет свободным и состояние системы не изменится. При поступлении в состоянии $[v, j]$ повторного вызова, наоборот, с вероятностью H_2 состояние системы не изменится (источник будет продолжать повторение вызовов), а с вероятностью $1-H_2$ величина j уменьшится на единицу, поскольку источник станет свободным. Таким образом, используя сформулированное в § 3.1 правило, получаем систему уравнений вероятностей состояний для установившегося режима:

$$
\begin{gathered}
(\Lambda+i+j\beta)\,P_{i,j}=\Lambda P_{i-1,\,j}+(i+1)\,P_{i+1,\,j}+(j+1)\,\beta\,P_{i-1,\,j+1}\,;\\
[\Lambda H_1+v+j\beta\,(1-H_2)]\,P_{v,j}=\Lambda P_{v-1,j}+\Lambda H_1 P_{v,\,j-1}+\\
+(j+1)\,\beta\,P_{v-1,\,j+1}+(j+1)\,\beta\,(1-H_2)\,P_{v,\,j+1},\\
i=\overline{0,\,v-1};\quad j=\overline{0,\,\infty};\quad P_{-1,\,j}=P_{i,\,-1}=0.
\end{gathered}
\tag{5.1}
$$

Вероятности P_{ij} связаны также условием нормировки $\sum_i\sum_j P_{ij}=1$. Преобразуем систему (5.1), сложив первое уравнение при $i=0$ со вторым $(i=1)$, полученное новое уравнение с третьим $(i=2)$ и т. д.

$$(\Lambda + j\beta) P_{i,j} = (i+1) P_{i+1,j} + (j+1)\beta \sum_{k=0}^{i-1} P_{k,j+1} - j\beta \sum_{k=0}^{i-1} P_{k,j},$$

$$\Lambda H_1 P_{v,j} = (j+1)\beta \sum_{i=0}^{v-1} P_{i,j+1} + (j+1)\beta (1-H_2) P_{v,j+1}. \qquad (5.2)$$

Полученная система (5.2) удобнее для дальнейшего анализа, построения алгоритма вычисления вероятностей P_{ij} и характеристик качества обслуживания.

5.2. ХАРАКТЕРИСТИКИ КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ

Для оценки качества обслуживания вызовов коммутационной системой применяют следующие характеристики:

вероятность потери первичного вызова. Для простейшего потока первичных вызовов данная величина совпадает с вероятностью занятости всех выходов в системе

$$P_{в1} = \sum_j P_{v,j}; \qquad (5.3)$$

вероятность потери повторного вызова. Эта величина определяется как отношение интенсивности потока потерянных повторных вызовов $\sum_j j\beta P_{v,j}$ к интенсивности всего потока повторных вызовов $\sum_i \sum_j j\beta P_{i,j}$:

$$P_{в2} = \sum_j j P_{v,j} \Big/ \sum_i \sum_j j P_{i,j}; \qquad (5.4)$$

вероятность потери любого вызова. Определяется аналогично предыдущему, но только по отношению к интенсивности общего потока вызовов:

$$P_{в} = \sum_j (\Lambda + j\beta) P_{v,j} \Big/ \sum_i \sum_j (\Lambda + j\beta) P_{i,j}; \qquad (5.5)$$

вероятность явной потери поступившего сообщения. Определяется по отношению к интенсивности потока первичных вызовов, поскольку она совпадает с интенсивностью потока сообщений:

$$\pi = \sum_j [\Lambda (1-H_1) + j\beta (1-H_2)] P_{v,j}/\Lambda; \qquad (5.6)$$

среднее число источников повторных вызовов (средняя длина очереди)

$$\overline{S} = \sum_i \sum_j j P_{i,j}. \qquad (5.7)$$

При суммировании второго уравнения (5.2) по всем j с учетом введенных характеристик получаем $\Lambda H_1 P_{в1} = \beta\overline{S} - \beta H_2 \overline{S} P_{в2}$, откуда следует удобное для расчетов соотношение

$$\overline{S} = \Lambda H_1 P_{в1}/\beta (1 - H_2 P_{в2}). \qquad (5.8)$$

Выражение (5.5) можно представить следующим образом:

$$P_в = (\Lambda P_{в1} + \beta \overline{S} P_{в2})/(\Lambda + \beta \overline{S}).$$

При подстановке (5.8) получаем

$$P_в = P_{в1} [1 + (H_1 - H_2) P_{в2}]/[1 + H_1 P_{в1} - H_2 P_{в2}]. \quad (5.9)$$

Аналогично выражение (5.6) можно представить

$$\pi = (1 - H_1) P_{в1} + \beta (1 - H_2) \overline{S} P_{в2}/\Lambda =$$
$$= P_{в1} [1 - H_1 (1 - P_{в2})/(1 - H_2 P_{в2})]; \quad (5.10)$$

интенсивность обслуженной нагрузки (среднее число занятых выходов). При суммировании системы (5.2) по всем i и j получаем после несложных преобразований

$$Y = \sum_i \sum_j i P_{i,j} = \Lambda (1 - \pi); \quad (5.11)$$

среднее число повторных попыток на одно установленное соединение

$$Q_1 = \beta \overline{S}/Y = H_1 P_{в1}/(1 - H_2 P_{в2}) (1 - \pi); \quad (5.12)$$

среднее число повторных попыток на один первичный вызов

$$Q_2 = \beta \overline{S}/\Lambda = H_1 P_{в1}/(1 - H_2 P_{в2}) = Q_1 (1 - \pi). \quad (5.13)$$

Для расчетов можно использовать также следующее соотношение: $\pi H_2 + (H_1 - H_2) P_{в1} = Q_2 (1 - H_2)$;

среднее время, затрачиваемое источником для получения соединения (среднее время ожидания соединения)

$$\overline{\gamma} = Q_1/\beta; \quad (5.14)$$

вероятность повторения любой попытки (средняя величина настойчивости источника)

$$H = \sum_j (\Lambda H_1 + j \beta H_2) P_{v,j} \Big/ \sum_j (\Lambda + j \beta) P_{v,j} =$$
$$= Q_2/(P_{в1} + Q_2 P_{в2}) = H_1/[1 + (H_1 - H_2) P_{в2}]. \quad (5.15)$$

Характерно, что на среднюю величину настойчивости кроме значений H_1 и H_2 оказывает существенное влияние также вероятность потери повторного вызова. Если выражение (5.15) подставить в (5.8), (5.9) и (5.13), то получим:

$$P_в = P_{в1}/[1 - H (P_{в2} - P_{в1})], \quad \overline{S} = \Lambda H P_{в1}/\beta (1 - H P_{в2});$$
$$Q_2 = H P_{в1}/(1 - H P_{в2}).$$

Таким образом, при фиксированных значениях вероятностей потерь первичных и повторных вызовов $P_{в1}$ и $P_{в2}$ основные характеристики качества обслуживания полностью определяются средней величиной настойчивости H. Анализ системы (5.2), а также

произведенные численные расчеты показывают, что замена раздельных величин настойчивости H_1 и H_2 средней величиной H в соответствии с формулой (5.15) приводит к незначительному уменьшению потерь первичных вызовов $P_{в1}$ и к несколько большему увеличению потерь повторных вызовов $P_{в2}$, если $H_1 > H_2$, и к изменению потерь в обратном направлении, если $H_1 < H_2$. При $|H_1 - H_2| \leqslant 0{,}2$ эти изменения потерь практически незаметны [22]. Можно поэтому для упрощения модели задавать одну среднюю величину настойчивости источника H тем более, что обычно условие $|H_1 - H_2| \leqslant 0{,}2$ выдерживается. Вместе с тем из (5.15) видно, что для одних и тех же значений H_1 и H_2 величина H будет получаться различной в зависимости от вероятности потерь $P_{в2}$. Эту особенность следует учитывать при измерениях величины настойчивости источника и при сравнении результатов измерений, проведенных на разных объектах.

5.3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ

Аналитически решить систему (5.2) удается только при $v \leqslant 2$, причем получаемые выражения громоздки и неудобны для расчетов. Поэтому для определения вероятностей P_{ij} применяют численные методы с использованием рекуррентных соотношений, получаемых непосредственно из системы уравнений. Для возможности численного решения число уравнений в бесконечной системе (5.2) ограничивают. С этой целью все вероятности P_{ij} при $j > n$ приравнивают нулю. Это равносильно предположению, что число источников повторных вызовов $j \leqslant n$. Величина n выбирается обычно из условия, что $P_{vn} \leqslant \xi = 10^{-6}$ [9]. Предполагается, что отбрасываемые вероятности весьма малы ($< 10^{-6}$) и не оказывают существенного влияния на конечные результаты. Однако это не всегда так. При больших значениях $P_{в1}$ и H_1 и малой интенсивности повторения β число источников повторных вызовов довольно велико (5.8). Соответственно большой будет величина n, и суммы произведений $\sum\limits_{j=n+1}^{\infty} jP_{vj}$ и $\sum\limits_{i=0}^{v} \sum\limits_{j=n+1}^{\infty} jP_{ij}$ могут на несколько порядков превысить величину ξ. Их отбрасывание, например, в выражении для вероятности потерь повторных вызовов (5.4) может внести заметную и непредсказуемую погрешность. Поскольку вероятность $P_{в2}$ входит в большинство выражений для характеристик качества обслуживания, то неточное ее определение влияет и на остальные характеристики. Для устранения этого недостатка преобразуем систему (5.2) таким образом, чтобы вместо вероятностей микросостояний P_{ij} непосредственно рассчитывались необходимые характеристики качества обслуживания. С этой целью используем нормированный q-й биномиальный момент случайной величины j

$$P_i(q) = \sum_{j=q}^{\infty} C_j^q P_{ij} \Big/ \sum_{i=0}^{v} \sum_{j=q}^{\infty} C_j^q P_{ij}, \quad q = \overline{0, \infty}. \tag{5.16}$$

Условием нормировки является $\sum_{i=0}^{v} P_i(q)=1$. Для обратного перехода можно использовать следующее соотношение:

$$P_{ij}=\sum_{q=j}^{\infty}(-1)^{q-j}C_q^j P_i(q) \Big/ \sum_{i=0}^{v}\sum_{q=j}^{\infty}(-1)^{q-j}C_q^j P_i(q). \tag{5.17}$$

Умножим каждое уравнение системы (5.2) на $C^q{}_j$ и просуммируем по всем $j=\overline{q,\ \infty}$, а затем разделим на $\sum_{i=0}^{v}\sum_{j=q}^{\infty} C^q{}_j P_{ij}$. После несложных преобразований получаем

$$\left.\begin{aligned}
&(i+1)P_{i+1}(q)=\Lambda P_i(q)+q\beta\sum_{k=0}^{i}P_k(q)+(q+1)\beta P_i(q+1)A(q);\\
&\Lambda H_1 P_v(q)=(q+1)\beta\sum_{i=0}^{v-1}P_i(q+1)A(q)+\\
&+(q+1)\beta(1-H_2)P_v(q+1)A(q),
\end{aligned}\right\} \tag{5.18}$$

где

$$A(q)=\sum_{i=0}^{v}\sum_{j=q+1}^{\infty}C_j^{q+1}P_{ij} \Big/ \sum_{i=0}^{v}\sum_{j=q}^{\infty}C_j^q P_{ij}.$$

Определим значение $A(q)$ из второго уравнения системы (5.18) и подставим в первое:

$$(i+1)P_{i+1}(q)=\Lambda P_i(q)+q\beta\sum_{k=0}^{i}P_k(q)+\frac{\Lambda H_1 P_v(q)}{1-H_2 P_v(q+1)}P_i(q+1),$$

$$i=\overline{0,\ v-1};\quad q=\overline{0,\ \infty}. \tag{5.19}$$

Выполненное преобразование позволило заменить бесконечную систему уравнений (5.2) бесконечным рядом однотипных подсистем (5.19). Каждая подсистема содержит $v+1$ уравнение (с учетом условия нормировки) и позволяет при заданных значениях $P_i(q+1)$ рассчитать неизвестные $P_i(q)$. Практический интерес представляют неизвестные при $q=0$ и $q=1$. Действительно, $P_i(0)$ есть вероятность занятости i выходов в системе, а $P_i(1)$ — вероятность возвращения повторного вызова в момент, когда в системе занято i выходов. Соответственно $P_{в1}=P_v(0)$ и $P_{в2}=P_v(1)$. Введем параметр

$$\mu_i(q)=\Lambda H_1 P_v(q)P_i(q+1)/P_i(q)[1-H_2 P_v(q+1)]. \tag{5.20}$$

Величина $\mu_i(0)=\sum_j j\beta P_{ij}/P_i(0)$ есть интенсивность (параметр) потока повторных вызовов в состоянии системы i. С учетом обозначения (5.20) запись подсистемы (5.19) упрощается:

$$(i+1)P_{i+1}(q)=[\Lambda+\mu_i(q)]P_i(q)+q\beta\sum_{k=0}^{i}P_k(q). \tag{5.21}$$

При $q=0$ подсистема (5.21) преобретает вид, аналогичный уравнению (3.5) для потока с простым последействием. Поэтому если известны значения параметра $\mu_i(0)$, то можно для расчетов использовать общее распределение (3.8), а также другие результаты, справедливые для потока с простым последействием.

Решение подсистемы (5.21) представим в виде

$$P_i(q)=\sigma_i(q)P_0(q), \tag{5.22}$$

где функция $\sigma_i(q)$ рассчитывается из рекуррентного соотношения

$$(i+1)\sigma_{i+1}(q)=[\Lambda+\mu_i(q)]\sigma_i(q)+q\beta\sum_{k=0}^{i}\sigma_k(q),\ \sigma_0(q)=1. \tag{5.23}$$

Величину $P_0(q)$ определяем из условия нормировки (5.16). Соответственно

$$P_i(q)=\sigma_i(q)\Big/\sum_{j=0}^{v}\sigma_j(q). \tag{5.24}$$

Преобразуем выражение (5.20) с учетом (5.24):

$$\mu_i(q)=\frac{\Lambda H_1\sigma_v(q)\sigma_i(q+1)}{\left[\sum_{j=0}^{v}\sigma_j(q+1)-H_2\sigma_v(q+1)\right]\sigma_i(q)},\quad i=\overline{0,\ v}. \tag{5.25}$$

Таким образом, используя соотношение (5.23), можно рассчитать все значения функции $\sigma_i(q)$, если известны значения параметра $\mu_i(q)$. С другой стороны, параметр $\mu_i(q)$ зависит от функций $\sigma_i(q)$ и $\sigma_i(q+1)$ [(5.25)]. Практический интерес представляют только неизвестные при $q=0$, поскольку согласно (5.24) и (5.25)

$$P_i(0)=\sigma_i(0)\Big/\sum_{j=0}^{v}\sigma_j(0);\quad P_i(1)=\mu_i(0)\sigma_i(0)\Big/\sum_{j=0}^{v}\mu_j(0)\sigma_j(0). \tag{5.26}$$

Для определения неизвестных $\sigma_i(0)$ и $\mu_i(0)$ построим следующий вычислительный алгоритм, основанный на расширенном итерационном процессе. Вначале положим ${}^0\mu_i(0)=0$ и ${}^0\mu_i(1)=0$ и в соответствии с (5.23) рассчитаем все значения ${}^0\sigma_i(0)$ и ${}^0\sigma_i(1)$. Затем, используя полученные значения ${}^0\sigma_i(0)$ и ${}^0\sigma_i(1)$, найдем по (5.25) и (5.23) первое приближение ${}^1\mu_i(0)$ и ${}^1\sigma_i(0)$. На втором шаге итерации последовательно производим следующие операции: полагаем ${}^0\mu_i(2)=0$ и рассчитываем ${}^0\sigma_i(2)$, по значениям ${}^0\sigma_i(1)$ и ${}^0\sigma_i(2)$ находим ${}^1\mu_i(1)$ и затем ${}^1\sigma_i(1)$, далее по ${}^1\sigma_i(0)$ и ${}^1\sigma_i(1)$ находим второе приближение искомых неизвестных ${}^2\mu_i(0)$ и ${}^2\sigma_i(0)$. Переходим к третьему шагу итерации. В общем случае на q-м шаге расчет производится в соответствии со следующими соотношениями:

$${}^k\sigma_i(q-k)=f\{{}^k\mu_i(q-k)\},\quad {}^0\mu_i(q)=0,$$

$${}^k\mu_i(q-k)=f\{{}^{k-1}\sigma_i(q-k),\quad {}^{k-1}\sigma_i(q-k+1)\},\quad k=\overline{0,\ q}.$$

С каждым очередным шагом итерации получаемые значения ${}^{q}\mu_i(0)$ и ${}^{q}\sigma_i(0)$ все более приближаются к истинным. Контроль сходимости итерационного процесса и точности расчетов удобно производить по величине $\mu_v(0)$, принимающей наибольшее значение среди всех $\mu_i(0)$. Поскольку за конечными результатами осуществляется непосредственный контроль, то обеспечивается заданная точность расчетов. При этом требуемое число итераций зависит от параметров системы и несколько возрастает с увеличением Λ и v, однако остается всегда значительно меньше числа уравнений n системы (5.2), используемых в рекуррентных методах.

Описываемая методика расчета характеристик системы с повторением предполагает использование ЭВМ, однако при небольших значениях v возможно применение также программируемых калькуляторов.

5.4. ОСНОВНЫЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ

Исследуем влияние на характеристики качества обслуживания основных параметров системы, в первую очередь интенсивности повторения и настойчивости источника. Для удобства анализа введем средний параметр $\overline{\mu}$ (интенсивность поступающей нагрузки) потока повторных вызовов и его обслуживаемую часть $\overline{\mu}_0$:

$$\overline{\mu}=\sum_{i=0}^{v}\mu_i(0)\,P_i(0)=\Lambda H_1 P_v(0)/[1-H_2 P_v(1)]=\beta\overline{S}; \tag{5.27}$$

$$\overline{\mu}_0=\sum_{i=0}^{v-1}\mu_i(0)\,P_i(0)=\Lambda H_1 P_v(0)\,[1-P_v(1)]/[1-H_2 P_v(1)]=\Lambda\,(P_{в1}-\pi). \tag{5.28}$$

Средняя величина параметра $\overline{\mu}$ и его распределение по состояниям системы существенно зависят от интенсивности повторения. С уменьшением β промежуток между повторными попытками возрастает и они более равномерно распределяются по всем состояниям системы. Это приводит к ослаблению зависимости $\overline{\mu}_i(0)$ от i и соответственно к уменьшению последействия потока повторных вызовов. Среднее число источников повторных вызовов $\overline{S}$ при этом увеличивается, однако средний параметр $\overline{\mu}$ уменьшается. При $\beta\to 0$ величина $\overline{S}\to\infty$, но так, как параметр $\mu=\beta\overline{S}$ остается конечной величиной. Поток повторных вызовов по своим свойствам становится простейшим с постоянным во всех состояниях системы параметром $\mu_i(0)=\overline{\mu}$, $i=\overline{0,\ v}$. Вероятности $P_i(q)$ при $\beta=0$ согласно (5.19) не зависят от q и определяются в соответствии с первым распределением Эрланга. Соответственно:

$$P_{в1}=P_{в2}=P_в=E_v(\Lambda_э);\quad \Lambda_э=\Lambda+\beta\overline{S}=\frac{\Lambda\,(1-\pi)}{1-P_{в1}}=\frac{Y}{1-P_{в1}}. \tag{5.29}$$

В табл. 5.1 приведены средние значения $\overline{\mu}$ и распределения параметра $\mu_i(0)$ по состояниям системы при $v=5$, $\Lambda=3{,}5$ Эрл, $H_1=H_2=1$ в зависимости от величины β.

Таблица 5.1

i	Значения μ при β, равной						
	0	0,2	1	5	10	20	∞
0	1,267	0,868	0,324	0,031	0,006	0,001	0,000
1	1,267	0,985	0,489	0,086	0,026	0,006	0,000
2	1,267	1,131	0,790	0,278	0,131	0,051	0,000
3	1,267	1,315	1,353	1,051	0,780	0,510	0,000
4	1,267	1,548	2,379	4,316	5,359	6,316	8,167
5	1,267	1,844	4,056	14,150	26,176	49,810	∞
$\overline{\mu}$	1,267	1,469	2,254	5,947	10,430	19,305	∞

С увеличением β уменьшается промежуток повторения и большая часть повторных вызовов попадает в состояние насыщения ($i=v$) и в соседние состояния. Зависимость параметра $\mu_i(0)$ от i усиливается, одновременно возрастает последействие потока повторных вызовов. При $\beta\to\infty$ промежуток повторения стремится к нулю, а вероятность потери повторного вызова $P_{в2}\to1$, поскольку повторные вызовы не успевают попасть в другое состояние, кроме состояния насыщения. Из (5.19) также следует, что при $\beta\to\infty$ все $P_i(1)\to0$ при $i=\overline{0,\ v-1}$, а $P_v(1)\to1$. Если источники абсолютно настойчивы и явные потери отсутствуют ($H_1=H_2=1$, $\pi=0$, $Y=\Lambda$), то согласно (5.28) $\overline{\mu_0}=\Lambda P_{в1}$, т. е. интенсивность обслуживаемых повторных вызовов совпадает с интенсивностью теряемых первичных. При $\beta\to\infty$ все обслуживаемые повторные вызовы концентрируются только в одном состоянии $i=v-1$, при этом $\mu_i(0)\to0$ при $i=\overline{0,\ v-2}$, а $\mu_{v-1}(0)P_{v-1}(0)\to\Lambda P_v(0)$. В состояние $i=v-1$, соседнее с состоянием насыщения, повторные вызовы попадают за счет огромной средней интенсивности (при $\beta\to\infty$ и $H_1=H_2=1$ $\overline{\mu}\to\infty$). Если в общее распределение (3.8) подставить $\Lambda_i=\Lambda$ при $i=\overline{0,\ v-2}$ и $\Lambda_{v-1}=\Lambda+\Lambda P_v/P_{v-1}$, то получим второе распределение Эрланга, т. е. при $\beta\to\infty$ и $H_1=H_2=1$ система с повторением переходит в систему с ожиданием. Вероятность потери первичного вызова при этом совпадает с вероятностью ожидания, определяемой по второй формуле Эрланга.

Таким образом, при $H_1=H_2=1$ вероятность потери первичного вызова находится в пределах $E_v[\Lambda/(1-P_{в1})]\leqslant P_{в1}\leqslant D_v(\Lambda)$ и с ростом β непрерывно увеличивается от нижней границы к верхней. Вероятность потери повторного вызова с ростом β изменяется в пределах $P_{в1}\leqslant P_{в2}\leqslant1$, а средняя интенсивность повторных вызовов — в пределах $\Lambda P_{в1}/(1-P_{в1})\leqslant\overline{\mu}\leqslant\infty$. Для однолинейной системы границы изменения величины $P_{в1}$ совпадают. Это позво-

ляет получить для данного случая простое аналитическое решение:

$$P_{в1}=\Lambda,\quad P_{в2}=(\Lambda+\beta)/(1+\beta);\quad P_{в}=\Lambda(1+\beta)/(1+\Lambda\beta);$$

$$Q_1=Q_2=\Lambda(1+\beta)/(1-\Lambda);\quad \overline{S}=\Lambda^2(1+\beta)/\beta(1-\Lambda).$$

С ростом v границы изменения вероятности $P_{в1}$ расширяются и соответственно этому возрастает влияние интенсивности повторения на величину $P_{в1}$. Однако в основном вероятность $P_{в1}$ определяется интенсивностью первично поступающей нагрузки Λ и числом выходов v. В то же время вероятности $P_{в2}$ и $P_{в}$ существенно зависят от интенсивности повторения. В порядке иллюстраций этих положений в табл. 5.2 приведены для некоторых значений v, Λ и β вероятности потерь первичных и повторных вызовов.

Таблица 5.2

v	Λ	Вероятность $P_{в1}(P_{в2})$ при β, равной						
		0	0.2	1	5	10	20	∞
5	1,5	0,015 (0,015)	0,015 (0,075)	0,016 (0,254)	0,018 (0,609)	0,019 (0,751)	0,019 (0,855)	0,020 (1,000)
5	2,0	0,042 (0,042)	0,043 (0,109)	0,047 (0,303)	0,053 (0,652)	0,055 (0,782)	0,057 (0,874)	0,060 (1,000)
5	2,5	0,089 (0,089)	0,092 (0,254)	0,101 (0,365)	0,115 (0,698)	0,120 (0,814)	0,125 (0,894)	0,130 (1,000)
30	21	0,016 (0,016)	0,017 (0,040)	0,019 (0,140)	0,026 (0,418)	0,030 (0,576)	0,034 (0,720)	0,044 (1,000)
30	24	0,061 (0,061)	0,064 (0,099)	0,077 (0,228)	0,107 (0,532)	0,123 (0,676)	0,138 (0,796)	0,173 (1,000)
30	25,5	0,111 (0,111)	0,116 (0,240)	0,140 (0,303)	0,193 (0,606)	0,219 (0,737)	0,243 (0,838)	0,297 (1,000)

Для ненастойчивых источников ($H_1<1$, $H_2<1$) с уменьшением значений H_1 и H_2 снижается число источников повторных вызовов и увеличивается вероятность явных потерь сообщений. Уменьшение последействия общего потока вызовов приводит к уменьшению вероятностей потерь первичных и особенно повторных вызовов. Система с повторением приближается к системе с явными потерями. При $H_1=0$ получаем «чистую» систему с явными потерями, при этом $\pi=P_{в1}=P_{в}=E_v(\Lambda)$, $P_{в2}=0$ и $\beta\overline{S}=0$. Условие $H_1>0$, $H_2=0$ означает, что в системе разрешено не более одной повторной попытки.

При фиксированных значениях H_1 и H_2 ($0<H_1<1$, $0<H_2<1$) рост β также приводит к сокращению числа источников повторных вызовов и к увеличению явных потерь. Объясняется это тем, что с ростом β увеличиваются потери повторных вызовов, возрастает число повторных попыток, необходимых для установления соединения, а при каждой неудачной повторной попытке с вероятностью $1-H_2$ происходит явная потеря сообщения и число источников повторных вызовов при этом уменьшается на единицу. В пределе при $\beta\to\infty$ вероятность $P_{2в}\to1$ и согласно (5.28) все $\mu_i(0)\to0$ при

$i=\overline{0,\ v-1}$. Система с повторением переходит в систему с явными потерями, при этом $\pi=P_{в1}=E_v(\Lambda)$ и $\mu_v(0)=\Lambda H_1/(1-H_2)$.

При изменении β от нуля до бесконечности вероятность потерь первичных вызовов вначале увеличивается, однако в меньшей степени, чем при $H_1=H_2=1$. Затем, достигнув при каком-то значении $\beta_м$ максимума, начинает уменьшаться до величины $E_v(\Lambda)$. Чем меньше H_1 и H_2, тем соответственно меньше максимум величины $P_{в1}$. Значение $\beta_м$ не постоянно и зависит от v и Λ. В табл. 5.3 для $v=30$, $H_1=H_2=H=0{,}7$ и некоторых значений Λ и β приведены вероятности потерь первичных и повторных вызовов, вероятность явной потери сообщения, а также интенсивность обслуженной нагрузки.

Таблица 5.3

Λ, Эрл	Характеристика	Значение характеристики при β, равной						
		0	0,2	1	5	10	20	∞
21,0	$P_{в1}$	0,0150	0,0155	0,0167	0,0187	0,0192	0,0190	0,0136
	$P_{в2}$	0,0150	0,0395	0,1190	0,3243	0,4456	0,5709	1,0000
	π	0,0045	0,0048	0,0055	0,0072	0,0083	0,0095	0,0136
	Y	20,908	20,900	20,885	20,848	20,825	20,801	20,715
24,0	$P_{в1}$	0,0517	0,0527	0,0565	0,0610	0,0611	0,0594	0,0401
	$P_{в2}$	0,0517	0,0807	0,1685	0,3696	0,4814	0,5956	1,0000
	π	0,0161	0,0168	0,0192	0,0247	0,0276	0,0306	0,0401
	Y	23,610	23,597	23,538	23,408	23,336	23,266	23,040
25,5	$P_{в1}$	0,0830	0,0851	0,0898	0,0944	0,0935	0,0901	0,0594
	$P_{в2}$	0,0830	0,1133	0,2006	0,3935	0,4994	0,6078	1,0000
	π	0,0264	0,0277	0,0313	0,0391	0,0431	0,0471	0,0594
	Y	24,823	24,793	24,700	24,503	24,400	24,300	23,984

При нормированной величине $P_{в1}$ и $\beta=\text{const}$ с ростом числа выходов v снижается вероятность потери повторных вызовов $P_{в2}$ и поэтому для установления соединения требуется меньше повторных попыток. В табл. 5.4 для $P_{в1}=0{,}05$ и некоторых значений v, H и β приведены интенсивности обслуженной нагрузки и среднее число повторных попыток на один первичный вызов. С уменьшением H влияние β на характеристики системы ослабевают.

Если предположить, что одновременно с ростом β увеличивается H_2 так, что $\beta(1-H_2)=\nu=\text{const}$, то при $\beta\to\infty$ получим систему с ожиданием с так называемыми нетерпеливыми источниками. Параметр ν определяет интенсивность ухода источника из очереди. Величина H_1, как и прежде, означает вероятность того, что источник при занятости всех выходов станет в очередь. Все характеристики системы с повторением в пределе при $\beta\to\infty$ совпадают с соответствующими характеристиками данной комбинированной системы с ожиданием.

Рассмотренные вероятности $P_{в1}$, $P_{в2}$ и $P_в$ характеризуют потери вызовов в бесконечном интервале времени. При измерениях в

Таблица 5.4

v	H	Характеристика	Значение характеристики при β, равной					
			0	3	5	10	20	∞
10	1,0	Y	5,905	5,577	5,512	5,436	5,378	5,285
		Q_2	0,053	0,093	0,117	0,174	0,284	∞
10	0,9	Y	5,905	5,643	5,604	5,573	5,418	5,905
		Q_2	0,047	0,073	0,086	0,111	0,143	∞
10	0,7	Y	5,905	5,742	5,717	5,709	5,726	5,905
		Q_2	0,033	0,049	0,053	0,062	0,073	∞
30	1,0	Y	23,562	22,504	22,270	21,976	21,733	21,246
		Q_2	0,053	0,078	0,093	0,127	0,191	∞
30	0,9	Y	23,562	22,747	22,594	22,408	22,356	23,562
		Q_2	0,047	0,063	0,071	0,086	0,108	∞
30	0,7	Y	23,562	23,031	22,925	22,874	22,853	23,562
			0,033	0,044	0,047	0,052	0,060	∞

конечном промежутке времени длиной, например, 15, 30 и 60 мин получаемые значения потерь могут весьма существенно отличаться от теоретических расчетных величин. Распределение потерь по последовательным временны́м интервалам одинаковой длины даже при постоянной интенсивности поступающей первичной нагрузки и постоянной интенсивности повторения характеризуются явно выраженной нестационарностью. При малых значениях расчетных потерь ($P_{в1} \leqslant 0{,}03$) для значительного числа часовых интервалов (20—30%) характерно вообще отсутствие потерь. С уменьшением длины интервала (15—30 мин) доля интервалов без потерь возрастает. В то же время имеются временны́е интервалы с потерями, в десятки раз превышающими теоретические значения. С увеличением величины расчетных потерь и длительности исследуемых интервалов нестационарность распределения потерь постепенно сглаживается и значения потерь по интервалам приближаются к средним. Обусловлена нестационарность распределения потерь по временны́м интервалам группировкой повторных вызовов именно в тех интервалах, где наблюдается большая концентрация первичных вызовов (см. § 1.10).

Это создает определенные трудности при оценке потерь на реальных системах. Для получения достаточно надежных результатов в области малых значений потерь требуется несколько десятков часов измерений (десятков ЧНН), что не всегда можно обеспечить в условиях эксплуатации. Поэтому контроль за качеством обслуживания лучше осуществлять по значению интенсивности обслуженной нагрузки. Дисперсия колебаний интенсивности нагрузки по часовым интервалам относительно невелика, и это позволяет получать достаточно точные значения интенсивности нагрузки за небольшое число часов измерений. Если измеренное значение интенсивности нагрузки не превышает расчетное, то можно полагать, что качество обслуживания вызовов в норме.

При практических расчетах требуется правильно оценить ожидаемое значение параметров β, H_1 и H_2, поскольку результаты в

значительной степени зависят от их величин. Интенсивность повторения $\beta = h/t_п$, где h — среднее время обслуживания вызова, а $t_п$ — средняя длина промежутка, предшествующего поступлению повторного вызова от источника. Величина $t_п$ определяется временем установления соединения до участка тракта, где потерян предыдущий вызов, и временем ожидания перед очередным набором номера. Последняя величина зависит, так же как и настойчивость источника, от индивидуальных особенностей абонента, числа набираемых цифр, вида и важности связи и нормы потерь. Как показывают наблюдения, большинство повторных наборов осуществляется с временем ожидания не более 5 с, особенно первые попытки. При междугородной автоматической связи, когда приходится набирать много цифр, время ожидания несколько больше, чем при местной связи. При занятости приборов (линий) соединительного тракта и небольшой величине потерь ($P_{в1} \leqslant 0{,}03$) настойчивость источников обычно близка к единице. С ростом величины потерь настойчивость источника падает. Заметно ниже единицы настойчивость источника при занятости и особенно неответе вызываемого абонента. Измерение параметров β, H_1 и H_2 на действующих станциях требует применения специальной аппаратуры. Поэтому достоверных данных пока очень мало, и определение их производится в основном на основании экспертных оценок.

ЗАДАЧИ

5.1. Телефонистка справочного бюро в среднем выдает 40 справок в час средней продолжительностью 30 с каждая. При занятости линии абонент АТС приступает к повторному набору номера в среднем через 5 с, время слушания сигнала «ответ станции» и набора номера (трехзначного) составляет 7 с. В предположении простейшего потока первичных вызовов, показательного закона распределений времени обслуживания и промежутка повторения вызовов, а также абсолютной настойчивости абонентов определить: а) вероятности потери первичного и повторного вызовов; б) среднее число повторных вызовов на один успешный; в) процент увеличения интенсивности нагрузки на управляющие и коммутационные (первая ступень) устройства за счет неуспешных занятий.

5.2. По абонентской линии осуществляется в среднем шесть входящих разговоров в час средней продолжительностью 120 с каждый. При занятости линии входящий вызов повторяется в среднем через 30 с. В предположении простейшего поступающего потока первичных вызовов, показательного закона распределения времени обслуживания и промежутка повторения вызовов, а также абсолютной настойчивости абонентов определить: а) вероятности потери первичного и повторного вызовов; б) среднее число повторных вызовов на один успешный; в) долю вызовов, окончившихся разговором.

5.3. На полнодоступную систему с тремя выходами поступает простейший поток первичных вызовов с параметром $\lambda = 72$ выз/ч. Время обслуживания одного вызова — случайная величина, распределенная по показательному закону со средним $h = 90$ с. При занятости всех выходов вызовы повторяются в среднем через 30 с. Промежуток повторения вызовов распределен по показательному закону. Рассчитать, используя программируемый калькулятор, вероятности

занятия i ($i=\overline{0,3}$) выходов, вероятности потерь первичных и повторных вызовов, среднее число повторных вызовов на одно установленное соединение. Принять $H_1=H_2=1$.

5.4. На полнодоступную систему с $v=30$ выходами поступает простейший поток первичных вызовов с параметром $\lambda=720$ выз/ч. Время обслуживания одного вызова — случайная величина, распределенная по показательному закону со средним $h=120$ с. При занятости всех выходов вызовы повторяются в среднем через 24 с. Промежуток повторения вызовов распределен по показательному закону. Рассчитать, используя результаты табл. 5.2 и 5.3, вероятности потерь первичных, повторных и любых вызовов, среднее число источников повторных вызовов на одно установленное соединение. Принять $H_1=H_2=1$ и $H_1=H_2=0{,}7$.

ГЛАВА 6

НЕПОЛНОДОСТУПНАЯ СИСТЕМА С ЯВНЫМИ ПОТЕРЯМИ

6.1. СТРУКТУРА НЕПОЛНОДОСТУПНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ

В неполнодоступной коммутационной системе каждому входу доступны не все, а лишь некоторая часть выходов, хотя в совокупности всеми входами могут использоваться все выходы. Большинство применяемых схем включений соединительных устройств в электромеханических АТС — неполнодоступные. Главная особенность неполнодоступных включений (НВ) состоит в возможности построения при заданных параметрах множества схем, отличающихся пропускной способностью, сложностью монтажа на промщите и возможностью развития без значительных переделок, т. е. изменения при необходимости параметров схемы. Основными параметрами НВ являются: число нагрузочных групп g, доступность D и количество подключаемых к выходам соединительных устройств v.

Нагрузочной группой называется совокупность источников вызовов, обслуживаемых одними и теми же D соединительными устройствами в неполнодоступной системе. На практике нагрузочная группа представляет собой один или несколько предварительно запараллеленных стативов (блоков), имеющих доступ в данном направлении к D устройствам следующей ступени искания.

Доступность в неполнодоступной системе определяется возможностью подключения источников вызовов (входов системы) к определенному числу устройств следующей ступени искания. Построить схему НВ означает подключить v соединительных устройств к полю выходов, образованному g нагрузочными группами с доступностью D каждая. Необходимым условием для построе-

ния НВ является неравенство $D<v<gD$. При крайних значениях $v=D$ и $v=gD$ образуются соответственно одно либо g самостоятельных полнодоступных включений. Однако данного условия недостаточно для существования НВ, поскольку в принципе вместо одного неполнодоступного можно построить несколько самостоятельных полнодоступных включений. Поэтому вторым обязательным условием образования НВ является наличие непосредственных или косвенных (через другие группы) связей между любыми двумя нагрузочными группами. Иначе говоря, соединительные устройства должны подключаться к выходам нагрузочных групп так, чтобы схема НВ составляла единое целое.

Важной характеристикой НВ является коэффициент уплотнения γ, определяемый как отношение общего числа выходов всех нагрузочных групп к числу подключаемых соединительных устройств:

$$\gamma=gD/v. \qquad (6.1)$$

Если величина D характеризует число соединительных устройств, подключенных (доступных) к одной нагрузочной группе, то величина γ показывает, сколько в среднем выходов различных нагрузочных групп подключено к одному соединительному устройству. С ростом D и γ пропускная способность НВ увеличивается. Величина γ обычно выбирается от 2 до 4, иногда до 5—6, дальнейшее увеличение γ практически не влияет на пропускную способность НВ. При $\gamma<2$ за счет сокращения числа связей между группами пропускная способность НВ резко падает.

На практике применяют два основных способа образования неполнодоступных включений — ступенчатый и равномерный. При ступенчатом НВ число нагрузочных групп, обслуживаемых одним соединительным устройством, различно и монотонно увеличивается с ростом номера выхода нагрузочной группы (рис. 6.1). При равномерном включении число нагрузочных групп, обслуживаемых одним соединительным устройством, одинаково в пределах всей схемы (при целом γ) или отличается на единицу (рис. 6.1,*е*).

Ступенчатые НВ получили распространение в декадно-шаговых АТС. Это связано с упорядоченным занятием свободных выходов и соответственно с неравномерным распределением нагрузки по выходам нагрузочных групп. В координатных АТС, где применяется одновременная проба с переменным преимуществом, использование любого выхода нагрузочной группы одинаково, и поэтому применяются равномерные НВ.

При равномерном НВ каждое из v_1 ($v_1=\overline{0,\ v}$) соединительных устройств обслуживает $[\gamma]+1$ (где $[\gamma]$ — целая часть числа γ) нагрузочных групп, а каждое из $v_2=v-v_1$ устройств — $[\gamma]$ групп. Тогда справедливы следующие соотношения:

$$v_1[\gamma]+v_1+v_2[\gamma]=gD; \quad [\gamma]+v_1/v=gD/v=\gamma. \qquad (6.2)$$

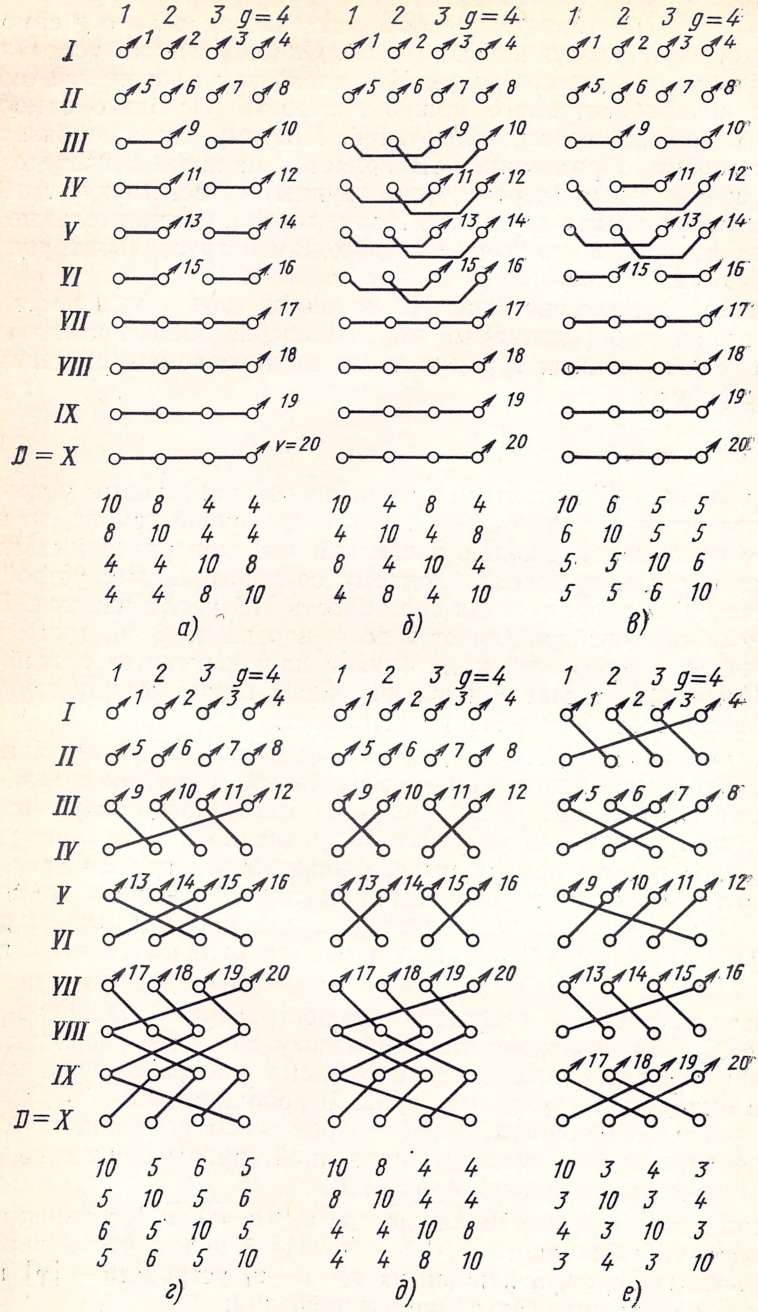


Рис. 6.1. Виды неполнодоступных включений

Таким образом, для определения v_1 и v_2 величину γ следует представить в виде суммы целой и дробной частей, не производя сокращений в последней. Например, при $g=9$, $D=20$ и $v=70$ получаем $\gamma=9\cdot 20/70=2+40/70$, откуда $v_1=40$, а $v_2=70-40=30$. Следовательно, каждое из 40 устройств необходимо подключить к трем нагрузочным группам, а каждое из 30 — к двум группам.

Для ступенчатых НВ определение числа нагрузочных групп, обслуживаемых одним соединительным устройством, значительно сложнее. Основная трудность заключается в том, что наилучшее с точки зрения пропускной способности распределение соединительных устройств по выходам нагрузочных групп для всех ступенчатых НВ не является одинаковым, а зависит от параметров схемы НВ и величины потерь сообщений. Известно, что только в области малых потерь и при упорядоченном занятии ступенчатые НВ могут иметь большую пропускную способность, чем равномерные. С ростом величины потерь преимущество постепенно переходит к равномерным схемам. При обслуживании нестационарной нагрузки преимущество равномерных НВ начинает сказываться раньше.

Для практического построения схем ступенчатых НВ, используемых в области потерь до 0,01, рекомендуется производить распределение числа соединительных устройств в соответствии с так называемыми оптимизирующими коэффициентами (см. § 6.4). Выбор конкретного распределения должен быть также увязан с удобством составления схемы, ее монтажа и с возможностью дальнейшего развития.

При построении равномерных и ступенчатых НВ применяют три вида включения соединительных устройств: прямое, перехваченное и со сдвигом. При прямом включении объединяются одноименные выходы соседних нагрузочных групп (см. рис. 6.1,*а*). При перехваченном включении выходы каждой нагрузочной группы соединяются по возможности равномерно с одноименными выходами остальных нагрузочных групп. На рис. 6.1,*в* приведена схема перехваченного включения, выполненного на выходах III—VI нагрузочных групп. При этом выходы первой группы соединены дважды с выходами второй группы и по одному разу с выходами третьей и четвертой групп. Аналогично равномерно соединяются выходы остальных групп. Иногда ошибочно к перехваченным включениям относят схемы, подобные изображенной на рис. 6.1,*б*. В действительности такую схему следует отнести к прямым включениям, поскольку она отличается от схемы рис. 6.1,*а* только номерами объединяемых групп.

Прямое включение применяется в основном при построении ступенчатых НВ, перехваченное может применяться при построении как ступенчатых, так и равномерных НВ. Перехваченное включение по сравнению с прямым лучше объединяет выходы всех нагрузочных групп в единую схему, однако оно не всегда технически выполнимо. Для его осуществления необходимы промежуточные щиты переключений. Непосредственно в монтажных полях стативов (блоков) выполнить перехваченное включение нельзя.

При отсутствии промщитов производится прямое полнодоступное или неполнодоступное включение соединительных устройств.

При включении со сдвигом выходы одной нагрузочной группы соединяются с разноименными выходами других нагрузочных групп. При этом сдвиг может выполняться одновременно с перехватом (рис. 6.1,*г*,*е*) и без перехвата, так называемое прямое сдвинутое включение (рис. 6.1,*д*).

При выполнении сдвига с перехватом чаще всего применяют однородное включение соединительных устройств, так называемые циклические схемы. В циклосхеме все группы находятся в совершенно одинаковых условиях и сдвиг нумерации групп по кольцу (циклу) фактически не изменяет схемы (отсюда название схемы). Наиболее распространенным типом циклосхем является цилиндр (рис. 6.1,*г*,*е*), для которого обязательно равенство $v=g$ и соответственно $\gamma=d$. Размер цилиндра d представляет собой число охватываемых выходов каждой нагрузочной группы. Цилиндр размера d называется d-шаговым. Кроме размера каждый цилиндр характеризуется наклоном.

На рис. 6.1,*е* изображена равномерная схема НВ, состоящая из пяти двухшаговых цилиндров, причем наклон первого равен единице, второго — двум, третьего — трем, четвертого — опять единице и т. д. На рис. 6.1,*г* показана ступенчатая схема НВ, содержащая два одношаговых цилиндра (подобный термин удобен для единообразного подхода), два двухшаговых и один четырехшаговый. Наклон в четырехшаговом цилиндре характеризуется тремя параметрами, равными соответственно единице, двум и трем. В общем случае наклон любого d-шагового цилиндра характеризуется d—1 параметром. Каждый параметр наклона определяется как разница между последовательными номерами нагрузочных групп, выходы которых подключаются к одному и тому же соединительному устройству.

6.2. ОПТИМАЛЬНЫЕ СХЕМЫ НЕПОЛНОДОСТУПНЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ

При построении схем НВ необходимо обеспечить: максимально возможную при заданных параметрах пропускную способность и минимальную чувствительность к асимметрии нагрузки по группам, высокое переходное затухание, закономерность построения и возможность быстрого внесения возникающих в процессе эксплуатации изменений, не нарушая схемы и не снижая ее пропускной способности. Следует избегать запутанных, сложных в производстве схем НВ.

При заданной величине потерь пропускная способность НВ определяется в основном его параметрами v, D и g. Однако способ построения схемы и степень асимметрии нагрузки по группам также оказывают заметное влияние. Потери сообщения в «лучших» и в «худших» схемах НВ могут различаться в несколько раз. Асимметрия нагрузки по группам особенно заметно сказывается

в НВ с малым коэффициентом уплотнения $\gamma \leqslant 2{,}5$ и большим коэффициентом разобщения $r = g/\gamma \geqslant 4$. Поэтому для уменьшения величины потерь интенсивность нагрузки во всех группах должна быть одинаковой. В блоках АИ (стативах ПИ) этого добиваются подбором одинакового структурного состава включаемых абонентских линий, а в блоках ГИ — равномерным распределением нагрузки, поступающей от разных абонентских групп или АТС. С этой целью в каждый блок ГИ включают по возможности равномерно линии всех направлений, поступающих на данную ступень. Подобное равномерное распределение входящих линий не только уменьшает асимметрию нагрузки по группам, но и значительно повышает живучесть отдельных пучков (направлений).

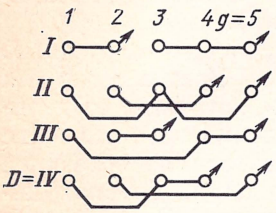
Естественно, добиться абсолютной равномерности нагрузки по всем группам в большинстве случаев не удается. Всегда в той или иной мере имеется перекос, асимметричность нагрузки по группам. Даже при строго равномерном распределении интенсивности нагрузки по группам в силу случайного характера поступающей нагрузки в отдельные промежутки времени в одних группах интенсивность нагрузки будет выше, в других — ниже. Поэтому схема НВ должна строиться так, чтобы, во-первых, все нагрузочные группы находились по возможности в одинаковых условиях и, во-вторых, влияние перегрузки в одной или нескольких группах равномерно распределялось на все остальные. Иначе возникающие в некоторых нагрузочных группах потери сообщения могут значительно превысить расчетные величины, что приведет к снижению качества обслуживания и пропускной способности системы в целом.

Этим требованиям лучше всего отвечают перехваченные включения. Как показали исследования, правильно выполненный перехват позволяет значительно снизить потери сообщения. Для проверки качества перехвата используют матрицы связности

$$\left\| \begin{matrix} d & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1g} \\ a_{21} & d & a_{23} & \dots & a_{2g} \\ a_{31} & a_{32} & d & \dots & a_{3g} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ a_{g1} & a_{g2} & a_{g3} & \dots & d \end{matrix} \right\| \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \cdot \\ \\ \\ a_g \end{matrix}$$

Элементы главной диагонали матрицы d указывают размер (количество выходов) рассматриваемой схемы НВ. Элемент матрицы a_{ij}, стоящий на пересечении i-й строки и j-го столбца, показывает число связей между i и j нагрузочными группами. Элемент a_i, расположенный справа от матрицы, показывает общее число связей i-й группы с остальными. Очевидно, $a_{ij} = a_{ji}$ и $a_i = \sum_{i=1}^{g} a_{ij}$. Матрица считается оптимальной, если для любых двух элементов типа a_{ij} и типа a_i выполняются следующие два условия: $|a_{ij}-$

$-a_{kl}| \leqslant 1$; $|a_i - a_j| \leqslant 1$. Выполнение первого условия свидетельствует о хорошем качестве перехвата в схеме НВ, второго — об отсутствии перекоса в подключении нагрузочных групп. При несоблюдении второго условия часть нагрузочных групп (с меньшим значением a_i) окажется в лучшем положении, а часть (с большим значением a_i) — в худшем. Пример схемы, в которой выполняется только первое условие оптимальности матрицы, приведен на рис. 6.2. В выходы второй нагрузочной группы включены соединительные устройства, доступные только двум группам, а в выходы остальных — устройства, доступные в основном трем группам. При равной интенсивности нагрузки по группам во второй группе потери будут меньше средних, а в остальных — больше. Для ступенчатых НВ желательно выполнение условий оптимальности матрицы на любых первых d выходах. Из приведенных ранее схем условиям оптимальности удовлетворяют только схемы рис. 6.1,*в*,*г*,*е*.



4	1	2	2	2	7
1	4	1	1	1	4
2	1	4	2	2	7
2	1	2	4	2	7
2	1	2	2	4	7

Рис. 6.2. Пример несоблюдения второго условия оптимальности матрицы

При упорядоченном занятии выходов перехваченные включения без сдвига имеют несколько большую пропускную способность, чем аналогичные схемы со сдвигом. Однако с ростом доступности разница между ними уменьшается и при $D \geqslant 10$ обе схемы имеют практически одинаковую пропускную способность. При случайном занятии выходов, как показывает анализ соответствующих уравнений вероятностей состояний, наличие или отсутствие сдвига вообще не оказывает влияния на пропускную способность НВ. В связи с этим выбор включения (перехват или сдвиг с перехватом) должен определяться лишь удобством составления схемы и другими упомянутыми выше требованиями.

Схемы НВ составляют примерно 15—20% проектной документации АТС, и естественно, что время, затрачиваемое на их разработку, сказывается на общей продолжительности подготовки проекта. Поэтому методика составления схем должна быть достаточно проста, доступна специалисту средней квалификации и одновременно обеспечивать максимальную пропускную способность, закономерность и четкость построения. Наиболее целесообразно схемы НВ компоновать из отдельных цилиндров, соответствующих размеров и наклонов (см. рис. 6.1,*г*,*е*). При этом удается совместить хорошее качество перехвата и соответственно высокую пропускную способность с четким и единообразным построением схемы. Матрица любого цилиндра симметрична относительно номера группы, поэтому расчет числа связей достаточно провести для одной, допустим первой, нагрузочной группы. Общее число цилиндров, необходимых для построения практически любых НВ, неве-

лико, и их несложно протабулировать. Получается всего несколько таблиц включений (по числу размеров цилиндров). В таблице рядом с параметрами цилиндров указывается первая строчка матрицы связности, что позволяет быстро выбрать необходимые схемы и подсчитать полную матрицу НВ. Однородное включение соединительных устройств, применяемое в схемах цилиндров, заметно облегчает и ускоряет процесс монтажа НВ на промщите. Известно также, что в схемах со сдвигом можно обеспечить меньшее число точек взаимного влияния между подключаемыми соединительными устройствами и соответственно большее переходное затухание.

6.3. ПОСТРОЕНИЕ ТАБЛИЦ ЦИЛИНДРОВ

Основными задачами проводимого в этом параграфе анализа являются: классификация схем цилиндров, математический расчет матрицы связности по заданным параметрам цилиндра и построение на этой основе таблиц цилиндров.

Любые два цилиндра с одинаковыми матрицами связности назовем эквивалентными и строго эквивалентными, если они к тому же обладают одинаковым составом подключаемых к каждому соединительному устройству нагрузочных групп. Параметр двухшагового цилиндра (рис. 6.3,*а*) обозначим i ($i=\overline{1, g-1}$). Первая нагрузочная группа цилиндра имеет связь с $i+1$ и $g+1-i$ группами. Если ввести дополнительный параметр $z=g-i$, то связи первой группы будут $i+1$ и $z+1$. Очевидно, цилиндры с параметрами $(i)_z$ и $(z)_i$ строго эквивалентны.

Параметры трехшагового цилиндра (рис. 6.3,*б*) обозначим через i и j ($i, j=\overline{1, g-1}$). Связи первой группы с учетом порядка подключения нагрузочных групп выражаются в виде $\{i+1, i+j+$

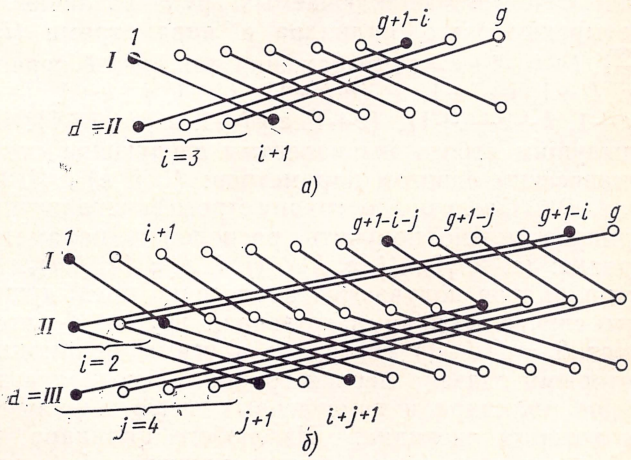


Рис. 6.3. Схемы двухшагового (*а*) и трехшагового (*б*) цилиндров

$+1\}$, $\{j+1,\ g+1-i\}$, $\{g+1-i-j,\ g+1-j\}$. При введении дополнительного параметра $z=g-i-j$ в записи связей появляется четкая закономерность: $\{i+1,\ i+j+1\}$, $\{j+1,\ j+z+1\}$, $\{z+1,\ z+i+1\}$. Из данной записи видно, что при циклическом сдвиге параметров цилиндра $(i, j)_z$ матрица связности и состав подключаемых нагрузочных групп не меняются. Следовательно, цилиндры с параметрами $(i, j)_z$, $(j, z)_i$ и $(z, i)_j$ строго эквивалентны. Если изменить порядок следования параметров на обратный, то матрица связности останется прежней, однако состав подключаемых групп станет иным: $\{j+1,\ j+i+1\}$, $\{i+1,\ i+z+1\}$, $\{z+1,\ z+j+1\}$. Полученные новые цилиндры $(z, j)_i$, $(i, z)_j$, $(j, i)_z$ строго эквивалентны между собой, но по отношению к исходным просто эквивалентны.

Следующую группу эквивалентных цилиндров образуют реверсивные схемы, которые можно получить из любой предыдущей, изменив порядок счета нагрузочных групп на обратный либо применив формулы пересчета параметров: $i_2=g-i_1$, $j_2=g-j_1$, $z_2=g-z_1$, где i_1, j_1, z_1 — параметры исходной схемы; i_2, j_2, z_2 — параметры реверсивной схемы. Реверсивные цилиндры по отношению к исходным являются просто эквивалентными. Однако у реверсивных цилиндров, получаемых из схем типа $(i, j)_z$, будет такой же состав подключаемых нагрузочных групп, как у цилиндров типа $(z, j)_i$, и наоборот. Таким образом, можно образовать 12 эквивалентных трехшаговых цилиндров: две группы по 6 строго эквивалентных между собой цилиндров. Например, при $g=7$ на основе цилиндра $(1,2)_4$ можно построить следующие эквивалентные схемы: 1. $(1,2)_4$, $(2,4)_1$, $(4,1)_2$; 2. $(4,2)_1$, $(2,1)_4$, $(1,4)_2$; 3. $(6,5)_3$, $(5,3)_6$, $(3,6)_5$; 4. $(3,5)_6$, $(5,6)_3$, $(6,3)_5$. Первая и третья группы цилиндров имеют следующий состав подключаемых нагрузочных групп: 1, 2, 4; 1, 3, 7; 1, 5, 6; вторая и четвертая — 1, 3, 4; 1, 2, 6; 1, 5, 7. Матрица связности в обоих случаях одинакова: первая нагрузочная группа имеет по одной связи со всеми остальными группами, однако сочетания подключаемых групп различны.

Для четырехшагового цилиндра с параметрами $(i, j, k)_z$ $(i, j, k,\ z=\overline{1,\ g-1},\ i+j+k+z=g)$ выражения для связей первой группы имеют вид: $\{i+1,\ i+j+1,\ i+j+k+1\}$, $\{j+1,\ j+k+1,\ j+k+z+1\}$, $\{k+1,\ k+z+1,\ k+z+i+1\}$, $\{z+1,\ z+i+1,\ z+i+j+1\}$. По аналогии с предыдущим строго эквивалентны следующие схемы, получаемые циклическим сдвигом параметров: $(i, j, k)_z$, $(j, k, z)_i$, $(k, z, i)_j$ и $(z, i, j)_k$. Следующую группу строго эквивалентных между собой цилиндров можно получить, расположив параметры в обратном порядке: $(z, k, j)_i$, $(i, z, k)_j$, $(j, i, z)_k$, $(k, j, i)_z$. Реверсивные схемы цилиндров получаются аналогично предыдущему.

В общем случае каждая нагрузочная группа d-шагового цилиндра имеет $S_d=d(d-1)$ связей с другими группами. Номера групп, с которыми связана первая группа, легко получить исходя из параметров цилиндра и приведенных выше выражений, закономерность которых очевидна. Из любого цилиндра, применяя циклический сдвиг параметров, можно получить d (с учетом исходной) строго эквивалетных схем. Расположив параметры в об-

ратном порядке, получим вторую группу из d строго эквивалентных схем. Между собой обе группы будут просто эквивалентны. По формулам реверсивных цилиндров получаем еще две группы по d строго эквивалентных схем. При равенстве между собой некоторых параметров число эквивалентных цилиндров соответственно сокращается.

На основании полученных соотношений составлены таблицы трех-, четырех-, пяти-, шестишаговых неэквивалентных цилиндров (табл. П7 и П8, а также [10, 24]). Из всех возможных вариантов схем отобраны те, которые позволяют быстро получить оптимальные НВ. С целью экономии места указаны связи только с первой половиной групп, поскольку вторая половина является ее зеркальным отображением: группе $1+a$ всегда соответствует группа $g+1-a$. Так, для цилиндра (1,3) полная строка при $g=10$ имеет вид 3101101101, при $g=11$ — 31011001101. Размер цилиндра в таблицах не указан.

В последней графе таблиц П7 и П8 приведена рекомендуемая последовательность применения схем цилиндров при построении НВ. Схемы подобраны так, что элементы полной матрицы любого числа первых цилиндров отличаются, как правило, не более чем на единицу. Вся указанная последовательность схем при данном g имеет равномерную матрицу и, таким образом, составляет полный цикл. При завершении цикла схемы повторяются в том же порядке.

6.4. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПОСТРОЕНИЕ СХЕМ НВ

Методику построения равномерных НВ удобно изложить на конкретном примере. Пусть $g=10$, $D=20$ и $v=60$. Тогда $\gamma=10\cdot20/60=3+20/60$. Следовательно, необходимо каждое из 20 соединительных устройств подключить к выходам четырех нагрузочных групп и каждое из 40 соединительных устройств — к выходам трех групп. Один цилиндр позволяет включить $g=10$ устройств. Поэтому для данного случая необходимы два четырехшаговых и четыре трехшаговых цилиндра. Из табл. П7 и П8 выбираем параметры цилиндров так, чтобы суммарная матрица их была опти-

Таблица 6.1

Параметры схемы	Элемент первой строки матриц для нагрузочной группы									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
(1, 2, 4)	4	1	1	2	2	0	2	2	1	1
(1, 2, 2)	4	1	2	1	1	2	1	1	2	1
(1, 2)	3	1	1	1	0	0	0	1	1	1
(1, 3)	3	1	0	1	1	0	1	1	0	1
(1, 4)	3	1	0	0	1	2	1	0	0	1
(2, 3)	3	0	1	1	0	2	0	1	1	0
Итого	20	5	5	6	5	6	5	6	5	5

мальной. Подбор цилиндров из таблиц удобнее начинать со схем больших размеров. При необходимости использования нескольких одинаковых схем цилиндров половину из них заменяют на эквивалентные с такой же матрицей, но с другим составом подключаемых нагрузочных групп. Это делает схему НВ более устойчивой к асимметрии нагрузку по группам. Первые строки матриц связности подобранных цилиндров приведены в табл. 6.1.

Остальные строки аналогичны, получаются они циклическим сдвигом на единицу:

20	5	5	6	5	6	5	6	5	5	48
5	20	5	5	6	5	6	5	6	5	48
5	5	20	5	5	6	5	6	5	6	48
6	5	5	20	5	5	6	5	6	5	48
5	6	5	5	20	5	5	6	5	6	48
6	5	6	5	5	20	5	5	6	5	48
5	6	5	6	5	5	20	5	5	6	48
6	5	6	5	6	5	5	20	5	5	48
5	6	5	6	5	6	5	5	20	5	48
5	5	6	5	6	5	6	5	5	20	48

Выбранные схемы цилиндров изображаются на заранее подготовленном поле выходов (рис. 6.4). При этом желательно чередовать схемы цилиндров разных размеров. Связи первой группы на рис. 6.4 выделены.

При построении равномерных НВ не всегда получается целое число цилиндров и для включения части соединительных устройств может потребоваться разработка дополнительной схемы. В этом случае возможны два подхода. Если получается почти полный цилиндр, то в него вносятся по возможности равномерно необходимые изменения. При небольшом числе соединений применяются перехваченные включения, схемы со сдвигом и циклосхемы. Циклосхемы, как и цилиндры, обладают матрицей связности, сим-

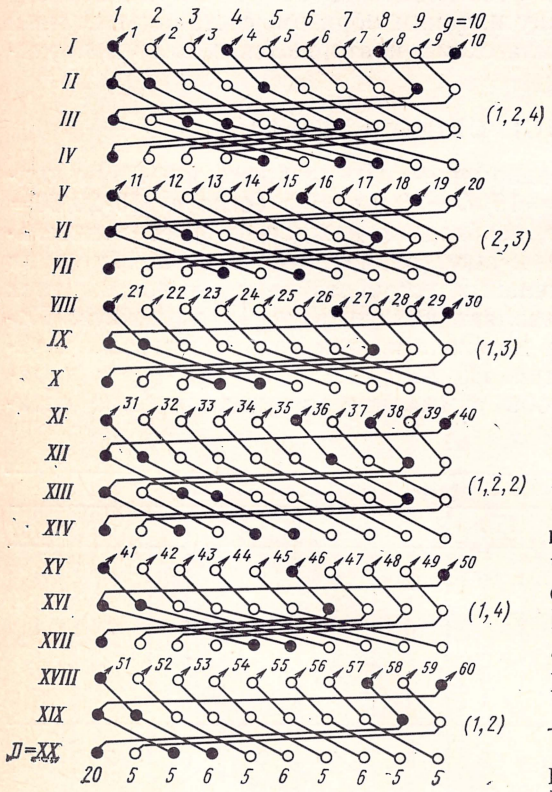


Рис. 6.4. Схема равномерного НВ при $g=10$, $D=20$ и $v=60$

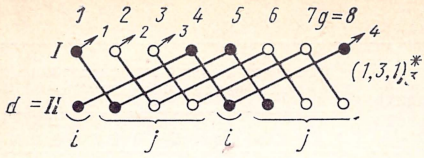
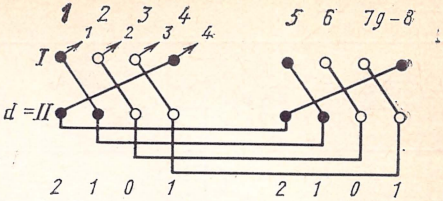


Рис. 6.5. Циклосхема с параметрами $(1, 3, 1)^*_3$ при $d=2$ и $\gamma=4$



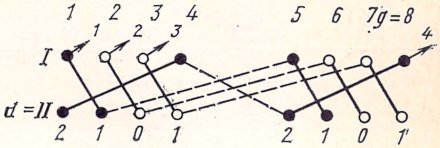


Рис. 6.6. Объединение двухшаговых цилиндров вида $(1)_3$

метричной относительно номера группы и относительно центра строки (рис. 6.5). Их можно получить объединением двух и более одинаковых цилиндров (рис. 6.6). При объединении n одинаковых цилиндров размера d получается циклосхема с коэффициентом уплотнения $\gamma=nd$, числом групп ng и количеством подключаемых линий g, где g — число групп в исходных цилиндрах.

Крупные дополнительные схемы ($d\geqslant3$) удобно выполнять в виде нескольких отдельных схем с размером $d=1$ или 2. При этом целесообразно в первую очередь выделять циклосхемы. При построении дополнительных схем следует стремиться к симметричной или почти симметричной схеме, избегая сложных и запутанных. Ради четкости и закономерности построения дополнительной схемы можно при больших значениях γ ($\geqslant3{,}5$) допускать некоторую неоптимальность матрицы связности. Для дополнительной схемы матрица связности рассчитывается самостоятельно и складывается поэлементно с матрицей ранее отобранных цилиндров. После подсчета полной матрицы НВ может оказаться целесообразным изменить параметры одного или двух цилиндров.

В качестве примера схемы ступенчатого НВ рассмотрим включение $v=36$ линий при $g=9$ и $D=10$. Весь процесс построения схемы показан в табл. 6.2.

В соответствии с оптимизирующими коэффициентами B_j определяем рекомендованное число линий $v_j=vB_j$ по шагам искания. Полученные значения v_j следует рассматривать как сугубо ориентировочные, необходимые для дальнейшего построения схемы. Проведенное автором моделирование ряда ступенчатых схем показало, что основным фактором, влияющим на пропускную способность НВ, является качество перехвата, а способ распределения приборов по шагам искания играет второстепенную роль. Практически одинаковые потери получались при довольно широких вариациях значений коэффициентов B_j. Поэтому далее значения v_j округляем до v^*_j так, чтобы на одном или нескольких соседних выходах можно было образовать цилиндр. Затем из табл. П7 и

Таблица 6.2

Шаг искания	B_j	v_j	v_j^*	Цилиндр	Элемент первой строки матриц для нагрузочной группы								
					1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0,19	6,9	9	(0)	1	0	0	0	0	0	0	0	0
2 3	0,13 0,12	4,7 4,3	9	(4)	2	0	0	0	1	1	0	0	0
4 5 6	0,11 0 10 0,09	3,9 3,6 3,2	9	(1, 2)	3	1	1	1	0	0	1	1	1
7 8 9 10	0,08 0,07 0,06 0,05	2,9 2,5 2,2 1,9	9	(1, 3, 2)	4	1	1	2	2	2	2	1	1
Итого	1,00	36,0	36		10	2	2	3	3	3	3	2	2

П8 с учетом матрицы связности подбираем необходимые схемы, начиная с цилиндров больших размеров. Для удобства записи одношаговый цилиндр обозначается через (0).

Полученная схема изображена на рис. 6.7. Если при построении схемы получается не целое число цилиндров, то возможны два случая. При значениях v, близких к целому числу цилиндров, предварительно строится схема на ближайшее число цилиндров, а затем вносятся необходимые изменения в соответствии с рекомендацией v_j, добиваясь при этом равномерной общей матрицы. Во втором случае из v выделяется дополнительная схема, которая выполняется с помощью перехваченного, сдвинутого включения или циклосхем. Для всех дополнительных схем, кроме циклосхем, обязательно рассчитывается отдельно полная матрица связности и складывается поэлементно с матрицей цилиндров.

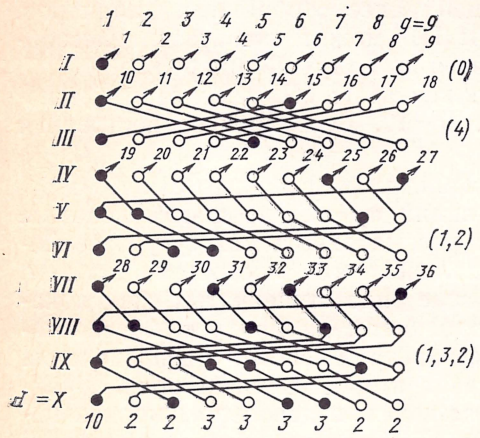


Рис. 6.7. Схема ступенчатого НВ при $g=9$, $D=10$ и $v=36$

6.5. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА НЕПОЛНОДОСТУПНЫХ СИСТЕМ

Рассматривается следующая модель. На неполнодоступную систему с параметрами g, D, v поступает простейший поток вызовов с параметром Λ. Дисциплина обслуживания — с явными потерями. Время обслуживания одного вызова — случайная величина, распределенная по показательному закону со средним значением, принятым за единицу времени. Число занятых соединительных устройств i $(i=\overline{0, v})$ назовем состоянием исследуемой системы. Основным отличием рассматриваемой модели по сравнению с полнодоступным включением является возможность блокировки, недоступности свободных соединительных устройств для поступившего вызова. Учесть эту особенность можно введением функции φ_i, равной вероятности установления соединения для вызова, поступившего в состоянии i. Очевидно, $\varphi_i=1$ при $i=\overline{0, D-1}$, $\varphi_i<1$ при $i=\overline{D, v-1}$ и $\varphi_v=0$. Тогда по аналогии с выражением (3.4) для установившегося режима можно записать:

$$\left.\begin{aligned}&(\Lambda\varphi_i+i)P_i=\Lambda\varphi_{i-1}P_{i-1}+(i+1)P_{i+1}, \quad i=\overline{0, v};\\&P_{-1}\equiv P_{v+1}\equiv 0.\end{aligned}\right\} \tag{6.3}$$

После преобразований, выполненных аналогично (3.8), получаем решение системы (6.3):

$$P_i=\frac{\Lambda^i\prod\limits_{k=0}^{i-1}\varphi_k/i!}{\sum\limits_{j=0}^{v}\Lambda^j\prod\limits_{k=0}^{j-1}\varphi_k/j!}, \quad i=\overline{0, v}. \tag{6.4}$$

Полученное распределение часто называют третьим распределением Эрланга для НВ. При $\varphi_k=1$ для всех $k=\overline{0, v-1}$ из выражения (6.4) следует первое распределение Эрланга. При $\varphi_k=(N-k)/N$ и $\Lambda=\alpha N$ получается распределение Энгсета.

Для простейшего потока вызовов, как показано выше, все три вида потерь равны между собой. Поэтому ограничимся определением вероятности потери поступившего вызова. В состоянии i вероятность потери вызова равна $1-\varphi_i$, следовательно, в любом состоянии она равна

$$P_{\text{в}}=\sum_{i=D}^{v}(1-\varphi_i)P_i. \tag{6.5}$$

Интенсивность обслуженной нагрузки

$$Y=\sum_{i=1}^{v}iP_i=\Lambda\sum_{i=0}^{v-1}\varphi_iP_i=\Lambda\left[1-\sum_{i=D}^{v}(1-\varphi_i)P_i\right]=\Lambda(1-P_{\text{в}}). \tag{6.6}$$

Функция φ_i в общем случае имеет вид

$$\varphi_i = \sum_{k=0}^{n} a_k \Lambda^k \Big/ \sum_{k=0}^{n} b_k \Lambda^k, \quad i = \overline{D, v-1}. \tag{6.7}$$

Коэффициенты a_k и b_k зависят от доступности, числа нагрузочных групп, способа построения схемы НВ и вида искания свободных выходов. Отношение a_k/b_k с ростом k (соответственно функция φ_i с ростом Λ) для равномерных НВ слабо увеличивается, а для ступенчатых — более заметно уменьшается. В области малых потерь (примерно до 0,01—0,015) и при упорядоченном искании оптимальные ступенчатые НВ имеют несколько большее значение функции φ_i и соответственно большую пропускную способность, чем оптимальные равномерные. С увеличением нормы потерь преимущество постепенно переходит к равномерным схемам. При обслуживании несимметричной нагрузки преимущество равномерных НВ начинает сказываться раньше. При случайном искании равномерные НВ всегда имеют большую пропускную способность, чем ступенчатые.

К сожалению, пока не найден общий способ определения коэффициентов a_k и b_k для реально используемых НВ, поэтому рассмотренный аналитический метод не применяется при практических расчетах. Значение функции φ_i известно только для так называемых идеально-симметричных схем (ИСС).

Идеально-симметричным называют такое равномерное НВ, при котором каждой нагрузочной группе доступна своя, отличная от других комбинация из D устройств, а общее число нагрузочных групп равно $C^D{}_v$. При симметричной поступающей нагрузке и случайном равновероятном искании вероятность занятия любой конкретной комбинации из D устройств в ИСС одинакова и не зависит от вида комбинации. При занятости в ИСС i ($i=\overline{D, v-1}$) соединительных устройство ровно $C^D{}_i$ нагрузочных групп из общего числа $C^D{}_v$ будут заблокированы. Следовательно, вероятность блокировки $1-\varphi_i = C^D{}_i/C^D{}_v$. На рис. 6.8 изображена ИСС при $D=2$, $v=4$ и $g=C^2{}_4=6$. Как видно из рисунка, каждой нагрузочной группе доступна своя, определенная комбинация из четырех устройств по два. При занятости любых двух устройств поэтому всегда будет заблокирована ровно одна группа. Поскольку на все группы поступает нагрузка с одинаковой интенсивностью и вероятность любой комбинации занятых устройств одинакова, то $1-\varphi_2 = 1/6$. При занятости трех любых устройств всегда будут заблокированы три нагрузочные группы. Например, занятым устройствам 1, 2 и 4 соответствуют группы 1, 4, 5 и т. д. Соответственно $1-\varphi_3 = 3/6$.

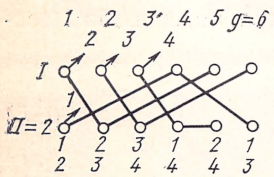


Рис. 6.8. Идеально-симметричное НВ при $D=2$ и $v=4$

Практического применения ИСС не получили, поскольку для их построения даже при $D=10$ требуется огромное число нагру-

зочных групп. Однако метод расчета их используется для оценки потерь в реальных НВ. Среди равномерных схем ИСС являются наилучшими, но уже при $\gamma \geqslant 5$ большинство равномерных НВ весьма близко по пропускной способности к ИСС, а ступенчатые НВ их могут даже превосходить.

6.6. ИНЖЕНЕРНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА НЕПОЛНОДОСТУПНЫХ СИСТЕМ

Ввиду фактического отсутствия точного метода расчета НВ для практики были разработаны приближенные инженерные методы, основанные на различных упрощающих предположениях.

Вероятность потерь по времени в НВ равносильна вероятности занятия D фиксированных соединительных устройств, доступных определенной нагрузочной группе (предполагается, что все группы идентичны). Если предположить, что вероятности занятия соединительных устройств в НВ подчиняются первому распределению Эрланга, то для равновероятного занятия согласно (3.42)

$$P = H_D \approx E_v(\Lambda)/E_{v-D}(\Lambda). \qquad (6.8)$$

Результаты вычислений по (6.8) обеспечивают несколько большее значение потерь, чем по (6.5), и хорошо согласуются с результатами статистического моделирования равномерных НВ при $\gamma \approx 3{,}5 \div 5{,}0$ в области малых потерь ($\leqslant 0{,}02$). Формула (6.8) была предложена К. Пальмом и использовалась К. Якобеусом для расчета звеньевых схем. И. А. Бабицкий применил формулу (6.8) для расчета соответствующих таблиц. А. Лотце предложил модификацию формулы (6.8) для возможности ее использования и при больших потерях. В модифицированной формуле Пальма—Якобеуса (МПЯ) взамен интенсивности реально поступающей на НВ нагрузки Λ используется меньшая интенсивность фиктивной поступающей нагрузки $\Lambda_ф$, которая обеспечивает интенсивность обслуженной нагрузки Y при потерях, характерных для полнодоступного включения. Таким образом,

$$\left.\begin{aligned} \Lambda_ф &= Y/[1 - E_v(\Lambda_ф)]; \\ P &= E_v(\Lambda_ф)/E_{v-D}(\Lambda_ф). \end{aligned}\right\} \qquad (6.9)$$

Пример. Рассчитаем вероятность потерь с использованием формул (6.8) и (6.9). Пусть $v=30$, $D=10$ и $Y=18$ Эрл. Поскольку в (6.8) входит интенсивность поступающей нагрузки $\Lambda = Y/(1-P)$, то расчет по (6.8) производится методом постепенных приближений. Положим вначале $\Lambda_0 = Y = 18$ Эрл. Тогда в соответствии с (6.8), используя таблицы [8], получаем $P_0 = 0{,}024$ и новое значение $\Lambda_1 = 18/(1-0{,}024) = 18{,}44$ Эрл. Округляем его до ближайшего большего табличного значения $\Lambda_{1т} = 18{,}5$ Эрл и определяем $P_1 = 0{,}0298$. Этому значению потерь соответствует $\Lambda_2 = 18{,}55$ Эрл, округлим его до $\Lambda_{2т} = 18{,}6$ Эрл и определим $P_3 = 0{,}0311$. Следующее значение $\Lambda_3 = 18{,}58$ Эрл оказалось меньше предыдущего $\Lambda_{2т}$. Следовательно, действительное значение Λ находится между Λ_2 и Λ_3. Проверим значение $\Lambda_4 = 18{,}57$ Эрл. Используя линейную интерполяцию, находим

$P_4=0{,}0307$ и $\Lambda_5=18/(1-0{,}0307)=18{,}57$ Эрл. Поскольку значения Λ совпали, расчет окончен и искомая вероятность потерь $P=0{,}0307$.

При использовании формул МПЯ (6.9) вначале по первой формуле методом постепенных приближений находим $\Lambda_ф=18{,}05$ Эрл, а затем по второй вычисляем вероятность потерь $P=0{,}0244$.

При потерях до 0,01 оба метода (6.8) и (6.9) дают практически одинаковый результат. При больших потерях различие между ними увеличивается. Число линий при заданной норме потерь определяется по формулам (6.8) и (6.9) методом подбора. При значениях $E_v(\Lambda)<10^{-6}$ использовать таблицы [8] для расчетов нельзя. В этом случае $P\approx D!\Lambda^{v-D}/v!$.

При расчете ступенчатых НВ часто используется формула Британского почтового ведомства (БПВ). Согласно принципу О'Делла интенсивность обслуженной неполнодоступной системой нагрузки можно представить как сумму:

$$Y=Y_D+(v-D)\,\eta_{v-D}\,. \qquad (6.10)$$

Здесь Y_D — интенсивность нагрузки, обслуженной полнодоступной системой на D выходов при заданных потерях (табл. П3); η_{v-D} — среднее использование одного из оставшихся $v-D$ устройств. Для определения η_{v-D} рекомендуется следующее выражение:

$$\eta_{v-D}=Y_D/D+k\left(\sqrt[D]{P}-Y_D/D\right).$$

При обслуживании простейшего потока (ступень I ГИ) принимается $k=0{,}53$, а при обслуживании сглаженного потока (ступень II — IVГИ) $k=1$. Метод БПВ предназначался для расчета прямых ступенчатых включений, используемых на декадно-шаговых АТС в Англии. По сравнению со схемами с перехватом они имеют более низкую пропускную способность. Это следует учитывать при использовании метода БПВ в отечественной практике. Хорошее согласование с результатами моделирования оптимальных ступенчатых НВ в области малых потерь при обслуживании простейшего потока и $\gamma\geqslant 3{,}5$ дает применение метода БПВ при $k=1$. В этом случае по сравнению с ИСС получается несколько меньшее значение v:

$$Y=Y_D+(v-D)\sqrt[D]{P};\quad v=D+(Y-Y_D)/\sqrt[D]{P}=D+\alpha(Y-Y_D). \qquad (6.11)$$

Значения коэффициента $\alpha=1/\sqrt[D]{P}$ в зависимости от D и P даны в табл. П10.

Рассмотрим пример расчета. Пусть $Y=30$ Эрл, $D=10$ и $P=0{,}005$, требуется определить v. Из табл. П3 находим $Y_D=3{,}941$ Эрл, а из табл. П10 — $\alpha=1{,}7$. Тогда $v=54{,}3\approx 55$.

В рассмотренных методах расчета НВ не учитывается такой весьма важный параметр, как число нагрузочных групп, либо производный параметр — коэффициент уплотнения, а также способ построения схемы и способ занятия свободных выходов. На рис. 6.9 показаны графические зависимости среднего использова-

ния линии η в ступенчатом НВ от емкости пучка v и числа нагрузочных групп g при $D=10$ и $P=0{,}003$. При $g=\text{const}$ с ростом v использование линии сначала увеличивается, а затем за счет уменьшения величины γ и соответствующего сокращения числа связей между группами начинает падать. В крайних точках $v=D$

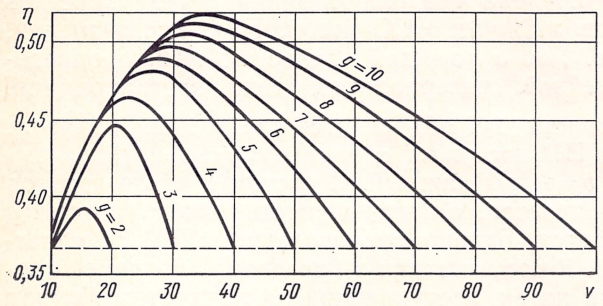


Рис. 6.9. Использование линии η в ступенчатом НВ в зависимости от емкости пучка v, числа нагрузочных групп g при $D=10$ и $P=0{,}003$

и $v=gD$ использование линии одинаково, поскольку в первом случае получается один полнодоступный пучок емкостью D линий, а во втором — g самостоятельных полнодоступных пучков также емкостью D линий каждый.

Зависимость среднего использования линии η в равномерном НВ от величины γ показана на рис. 6.10. Одновременно для сравнения штриховыми линиями изображены аналогичные зависимости, рассчитанные по формулам МПЯ и БПВ. Характерно, что для каждого значения γ имеется свое предельное значение v, после которого η практически не увеличивается. С ростом γ этот предел соответственно повышается. Из рис. 6.10 также следует, что с ростом v для достижения предельного значения η, характерного для ИСС ($\gamma=C_{v-1}^{D-1}\to\infty$), необходимо коэффициент γ постоянно увеличивать.

В неполнодоступных включениях единичное при-

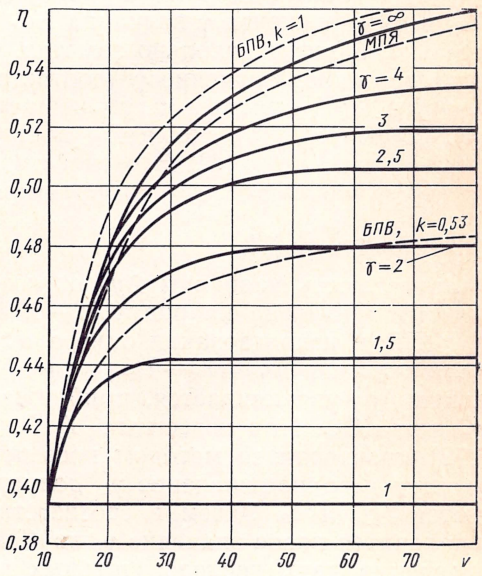


Рис. 6.10. Зависимость среднего использования линии η в равномерном НВ от емкости пучка v при различных γ, $D=10$ и $P=0{,}005$

ращение Δy_v заметно меньше, чем в полнодоступных. При переходе от ПВ к НВ величина Δy_v скачкообразно уменьшается, т. е. всегда имеет место неравенство $\Delta y_D > \Delta y_{D+1}$ (рис. 6.11). Для ИСС с ростом v коэффициент $\gamma \to \infty$ и в результате величина Δy_v медленно увеличивается, приближаясь к пределу $\sqrt[D]{P}$. Характерно, что для ПВ с ростом v величина $\Delta y_v \to 1$. Медленное изменение величины Δy_v и наличие известного предела позволяют значительно упростить таблицы пропускной способности ИСС (табл. П9). Все значения, отсутствующие в табл. П9, с хорошей точностью можно определить при помощи линейной интерполяции или экстраполяции. Предел $\sqrt[D]{P}$ для величины Δy_v объясняется следующим образом. На конкретный выход НВ поступает γ элементарных потоков вызовов интенсивностью $b = \Lambda/gD$ каждый. С ростом v число потоков γ стремительно увеличивается, а интенсивность одного потока b стремительно уменьшается, однако произведение $\gamma b = \Lambda/v$ остается конечной величиной. В соответствии с предельной теоремой теории вероятности общий поток, поступающий на конкретный выход НВ, стремится к простейшему с параметром Λ/v. Следовательно, с ростом v занятие выходов идеально-симметричного НВ происходит все более независимо. Вероятность занятия фиксированного выхода НВ есть $\eta = Y/v$, вероятность занятия D фиксированных независимо занимаемых выходов есть $H_D = \eta^D$. Согласно (6.8) для НВ вероятность потерь $P = H_D$, откуда следует, что с ростом v использование одного выхода $\eta \to \sqrt[D]{P}$. Для этого необходимо, чтобы единичное приращение Δy_v стремилось к $\sqrt[D]{P}$ несколько быстрей.

Для реальных схем НВ с ростом v при $g = \text{const}$ за счет уменьшения коэффициента γ величина Δy_v уменьшается: вначале незначительно, а затем довольно заметно. Однако если удается обеспечить постоянное значение γ (соответствующим увеличением g), то величина Δy_v с ростом v уменьшается весьма медленно, оставаясь практически постоянной в довольно широком диапазоне значений v (см. рис. 6.11). Это свойство НВ позволяет использовать для расчетов несколько скорректированную формулу О'Делла.

$$v = D + (Y - Y_D)/\Delta y_v. \qquad (6.12)$$

Зависимость величины Δy_v от коэффициента γ для равномерных НВ приведена на рис. 6.12—6.14. При $\gamma = 1$ НВ распадается на g ПВ и использование одного выхода $\eta = Y_D/D$ при любом v. Соответственно $\Delta y_v = Y_v - Y_{v-1} = v\eta - (v-1)\eta = Y_D/D$. С ростом γ величина Δy_v увеличивается, приближаясь в пределе к значению Δy_v для ИСС. При известных Y, D, g и P определение v по (6.12) производится методом постепенных приближений. Вначале задается исходное значение γ_0, допустим $\gamma_0 = 3$, и для него определяются Δy_v и v_0. Затем в соответствии с полученным значением v_0 находится новое значение γ_1 по (6.1) и расчет повторяется. При совпадении двух последовательных значений v расчет оканчива-

Рис. 6.11. Зависимость единичного приращения Δy_v от емкости v равномерного НВ при различных D и γ и $P=0{,}01$

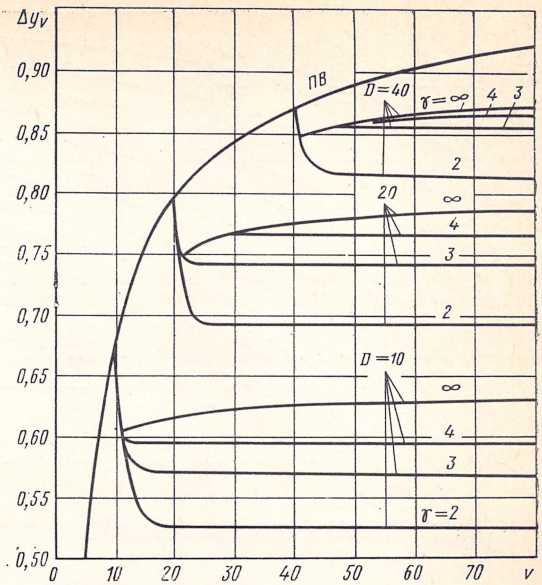
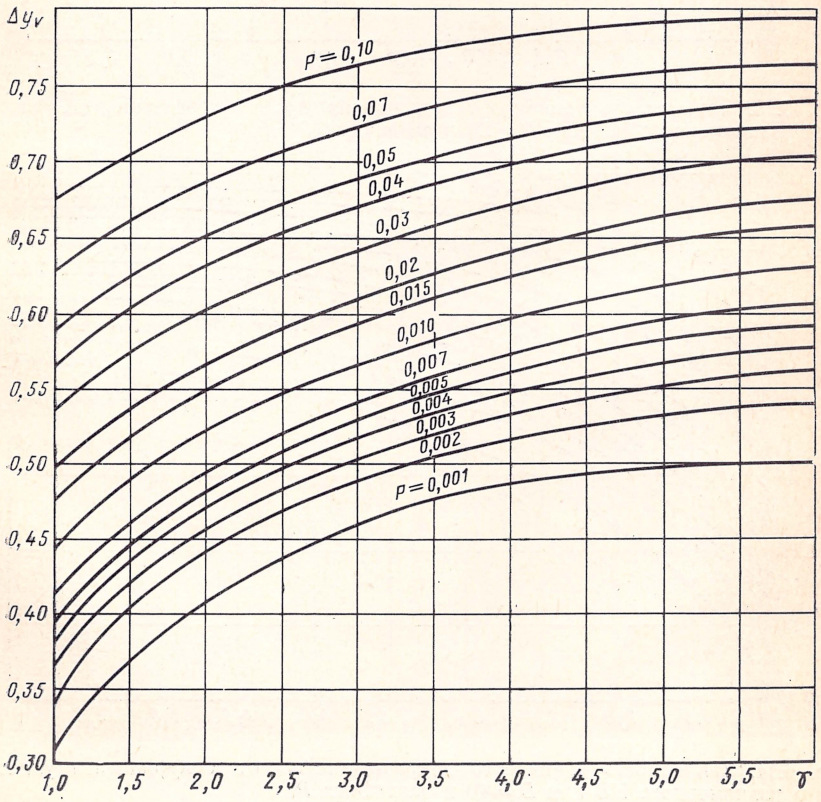


Рис. 6.12. Зависимость единичного приращения Δy_v от коэффициента уплотнения γ равномерного НВ при $D=10$ и различных P



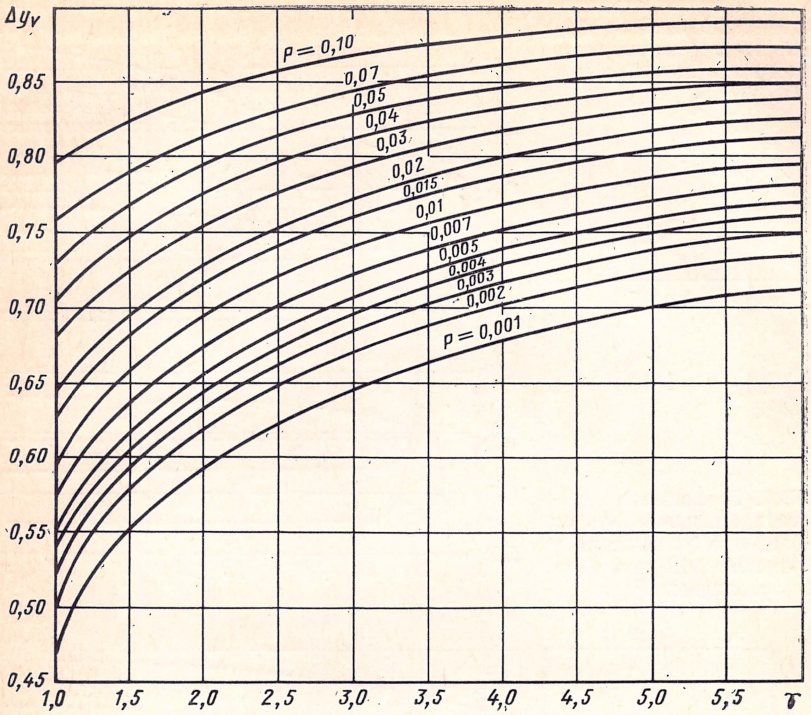


Рис. 6.13. Зависимость единичного приращения Δy_v от коэффициента уплотнения γ равномерного НВ при $D=20$ и различных P

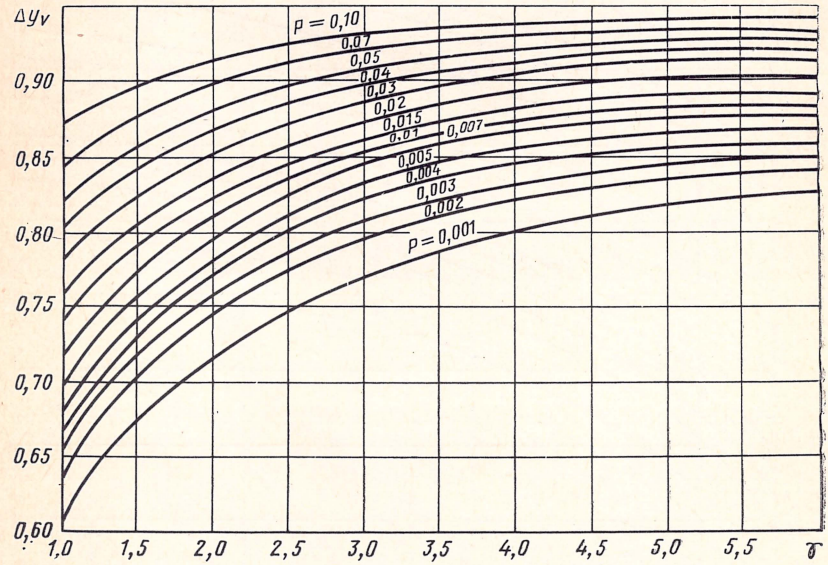
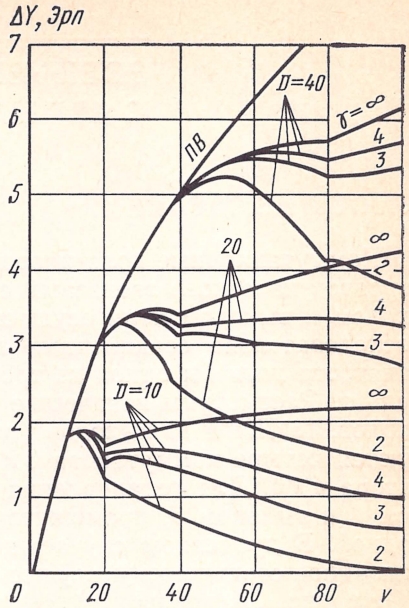


Рис. 6.14. Зависимость единичного приращения Δy_v от коэффициента уплотнения γ равномерного НВ при $D=40$ и различных P

Рис. 6.15. Зависимость приращения пропускной способности ΔY от емкости v равномерного НВ при различных D и γ и $P=0{,}01$



ется. Для ступенчатых НВ значение Δy_v несколько выше, примерно на 5—10%.

Рассмотрим эффективность объединения двух одинаковых групп выходов в одну неполнодоступную группу. На рис. 6.15 показано получаемое при этом увеличение пропускной способности ΔY. Каждая кривая состоит из двух участков. Первый от $v=D$ до $v=2D$ соответствует объединению двух полнодоступных групп, второй — объединению двух неполнодоступных. Из рис. 6.15 видно, что для повышения эффективности объединения целесообразно одновременно увеличивать, если это технически возможно, доступность и коэффициент уплотнения.

ЗАДАЧИ

6.1. Для цилиндра с параметрами $(2, 3, 4)_1$ привести все эквивалентные схемы и рассчитать матрицу связности. Изобразить схемы исходного и двух эквивалентных цилиндров, отметив все связи первой нагрузочной группы.

6.2. Построить оптимальную равномерную неполнодоступную схему при $g=9$, $D=20$ и $v=63$. Привести матрицу связности.

6.3. При условиях задачи 6.2 принять $g=10$, $D=20$ и $v=60$.

6.4. То же при $g=11$, $D=20$ и $v=55$.

6.5. То же при $g=12$, $D=20$ и $v=66$.

6.6. То же при $g=14$, $D=20$ и $v=77$.

6.7. Построить оптимальную ступенчатую неполнодоступную схему при $g=11$, $D=10$ и $v=44$. Привести матрицу связности.

6.8. Для условий задачи 6.7 принять $g=12$, $D=10$ и $v=54$.

6.9. Определить необходимое число линий в неполнодоступном пучке при $D=10$, $Y=20$ Эрл и $P=0{,}005$. Воспользоваться формулами МПЯ и БПВ. Сравнить полученные результаты с числом линий для идеально-симметричного включения.

6.10. Для условий задачи 6.9 принять $D=20$, $Y=45$ Эрл и $P=0{,}010$.

6.11. Определить необходимое число линий в равномерном неполнодоступном пучке при $D=10$, $g=5$, $Y=15$ Эрл и $P=0{,}003$.

6.12. В условиях задачи 6.11 принять $D=20$, $g=10$, $Y=30$ и $P=0{,}005$.

6.13. Для условий задачи 6.11 принять $g_1=8$, $g_2=10$, $g_3=15$. Проанализировать полученные результаты. Сравнить с идеально-симметричным включением.

ГЛАВА 7

ЗВЕНЬЕВЫЕ СИСТЕМЫ С ЯВНЫМИ ПОТЕРЯМИ

7.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Коммутационные поля координатных и квазиэлектронных АТС строятся на основе звеньевых схем. При этом соединение между входом и выходом поля осуществляется через одну или несколько последовательно соединенных промежуточных линий (ПЛ). При занятости хотя бы одной из требуемых ПЛ соединение установить нельзя. Рассмотрим в качестве примера двухзвенную схему на 12 входов, 16 ПЛ и 16 выходов (рис. 7.1). На звене А схемы используются четыре коммутатора 3×4, а на звене В — четыре коммутатора 4×4. Для установления соединения, например между входом *1* и выходом *5*, промежуточная линия $ПЛ_2$ должна быть свободной. В противном случае, несмотря на свободность выхода *5*, указанное соединение неосуществимо.

На рис. 7.2 показана четырехзвенная схема на 64 входа и 64 выхода. Число ПЛ между всеми звеньями также везде 64. Для упрощения коммутаторы изображены в виде прямоугольников с указанием числа входов и выходов. Схема построена из двухзвенных блоков АВ и CD (по четыре блока каждого вида). Между

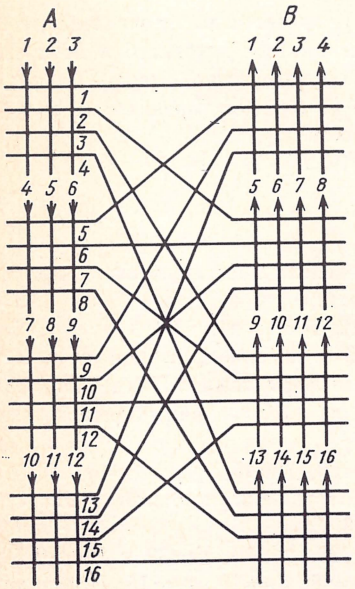
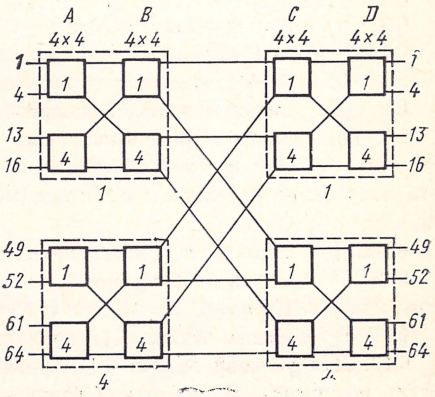


Рис. 7.1. Двухзвенная схема 12×16

Рис. 7.2. Четырехзвенная схема 64×64



любыми входом и выходом существуют четыре соединительных пути, каждый из которых содержит по одной промежуточной линии $ПЛ_{AB}$, $ПЛ_{BC}$ и $ПЛ_{CD}$. Соединение между заданным входом и свободным выходом возможно, когда существует хотя бы один свободный соединительный путь между ними, т. е. все образующие его и последовательно включенные ПЛ одновременно свободны.

Таким образом, в звеньевой схеме потери возникают как при занятости исходящих линий, так и при отсутствии свободного соединительного пути к свободной исходящей линии. В последнем случае имеет место внутренняя блокировка выхода. Вообще особенностью звеньевой схемы является необходимость учета при выборе соединительного пути всех ранее установленных соединений.

Расчет звеньевых схем более сложен, чем расчет однозвенных неполнодоступных схем. Теоретически можно составить систему уравнений статистического равновесия для всех состояний схемы. Однако на практике число различных состояний оказывается столь огромным, что решить эту систему даже на большой ЭВМ пока не удается. Поэтому для оценки пропускной способности звеньевых систем используют приближенные инженерные методы и моделирование схем на ЭВМ.

Существует класс неблокируемых звеньевых схем. С точки зрения оценки пропускной способности их всегда можно рассматривать как однозвенные и никаких новых проблем при этом не возникает. По этой причине в данном учебном пособии эти схемы не рассматриваются.

7.2. ГРАФЫ ВОЗМОЖНЫХ СОЕДИНИТЕЛЬНЫХ ПУТЕЙ

Вероятность внутренних блокировок в звеньевой схеме зависит от режима искания выходов (свободный, групповой или линейный) и способа включения промежуточных линий. Кроме того, в режиме группового искания имеет значение также способ разбиения выходов на направления искания. Вернемся к схеме рис. 7.1. В случае линейного искания между заданным входом и требуемым выходом имеется только одна ПЛ. При свободном искании можно использовать любой из выходов и любую из четырех ПЛ, доступных заданному входу. Если вызов поступил на первый вход, то через $ПЛ_1$ возможно соединение с одним из выходов *1—4*, через $ПЛ_2$ — с одним из выходов *5—8* и т. п. Предположим, что схема работает в режиме группового искания и для некоторого направления выделяется группа из четырех линий. Если для данного направления взять все четыре линии от одного коммутатора звена В, то в процессе искания можно использовать только одну из четырех ПЛ, доступных входу. Если же для организации направления выделяется по одному выходу от каждого коммутатора звена В, то в процессе искания могут быть использованы все четыре ПЛ, доступные входу. Интуитивно можно заключить, что последний способ обеспечивает лучшее качество работы схемы.

Рис. 7.3. Графы соединительных путей двухзвенной схемы линейного (*а*), группового (*б*) и свободного (*в*) исканий

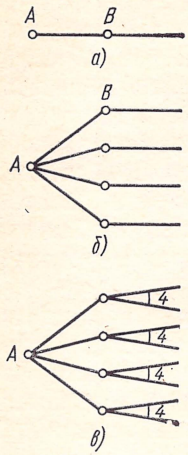
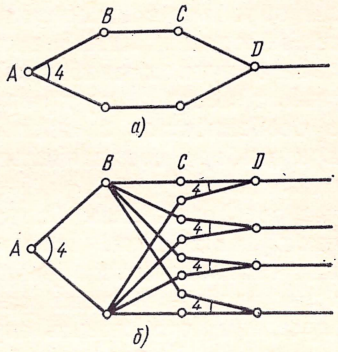


Рис. 7.4. Графы соединительных путей четырехзвенной схемы линейного (*а*) и группового (*б*) исканий



Соединительные пути, которые можно использовать в процессе искания, изображают в виде графа. Дуги графа соответствуют промежуточным линиям и выходам, а вершины — коммутаторам. Для рассматриваемого примера графы возможных соединительных путей приведены на рис. 7.3. Для четырехзвенной схемы (см. рис. 7.2) графы приведены на рис. 7.4. В режиме группового искания (рис. 7.4,*б*) для пучка из четырех линий выделяется по одному выходу от четырех коммутаторов звена D, находящихся в разных блоках CD. На практике иногда важно оценить коммутационную схему только по вероятности внутренней блокировки. В этом случае считаются заданными вход и выход схемы, а для характеристики внутренней блокировки используют граф, дуги которого соответствуют промежуточным линиям.

Задача искания в звеньевой схеме состоит в определении пути, для которого все последовательно включенные промежуточные линии и выход одновременно свободны. Каждая линия может быть в состоянии занятости с определенной вероятностью. Если придать каждой дуге в графе вес, равный вероятности занятости той линии, которую данная дуга представляет, то граф приобретет вероятностный смысл. В дальнейшем подобный граф будем называть вероятностным. Вероятностный граф удобно применять для вычисления потерь в звеньевых схемах.

7.3. СТРУКТУРЫ И ПАРАМЕТРЫ ЗВЕНЬЕВЫХ СХЕМ

Общая структурная схема двухзвенного блока представлена на рис. 7.5. Здесь N обозначает число входов, M — число выходов и v_{ab} — число ПЛ. На звене А используются k_a коммутаторов, каждый на n_a входов и m_a выходов. Аналогично на звене В при-

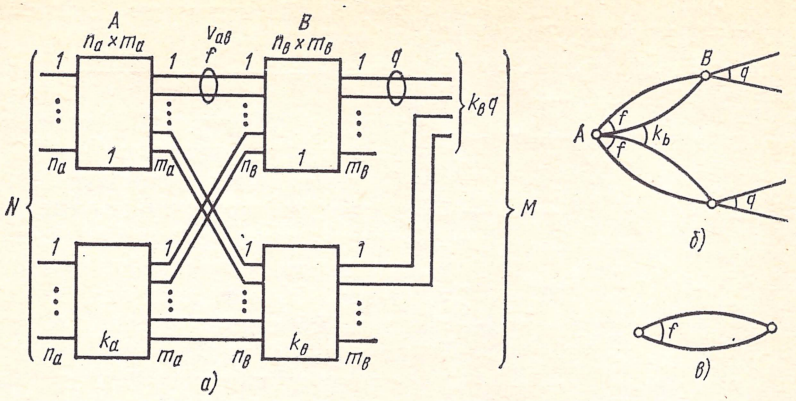


Рис. 7.5. Двухзвенный коммутационный блок:
а) структурная схема; *б*) граф в режиме группового искания; *в*) граф, характеризующий внутреннюю блокировку

меняется k_b коммутаторов с n_b входами и m_b выходами. Число ПЛ между каждым коммутатором звена А и каждым коммутатором звена В есть связность f. Имеют место следующие соотношения: $N=k_a n_a$; $M=k_b m_b$; $v_{ab}=k_a m_a=k_b n_b$; $f=m_a/k_b=n_b/k_a$. Двухзвенную схему при $f=1$ можно использовать только в режимах группового и свободного исканий. Непригодность такой схемы в режиме линейного искания обусловлена большой вероятностью внутренней блокировки между заданным входом и выходом схемы. С увеличением f вероятность внутренней блокировки уменьшается.

В режиме группового искания для организации направления от каждого коммутатора звена В выделяются в общем случае по q выходов. При $q=m_b$ схема переходит в режим свободного искания.

Для увеличения числа соединительных путей между входом и выходом в режиме линейного искания, а следовательно, уменьшения вероятности внутренней блокировки можно увеличить число

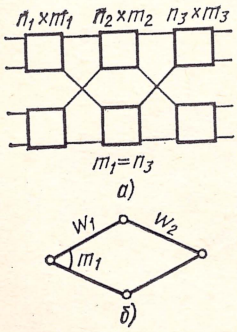


Рис. 7.6. Трехзвенная коммутационная схема (*а*) и ее граф (*б*)

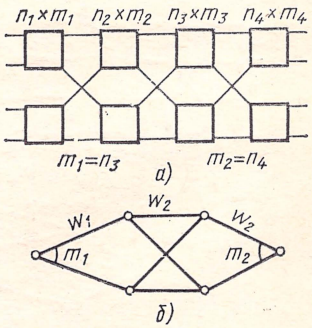


Рис. 7.7. Четырехзвенная коммутационная схема (*а*) и ее граф (*б*)

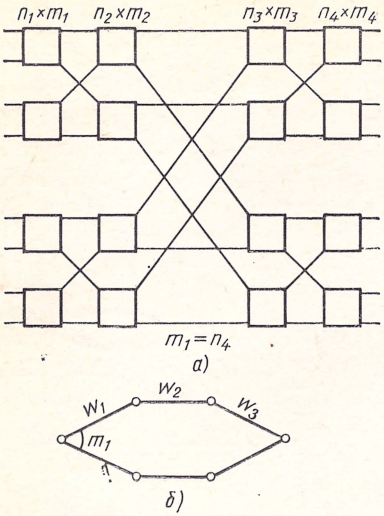


Рис. 7.8. Четырехзвенное блочное коммутационное поле

звеньев. На рис. 7.6 приведена трехзвенная схема с $f_{12} = f_{23} = 1$. Отметим, что при заданной структуре схемы между параметрами коммутаторов разных звеньев существует определенная зависимость. В частности, для схемы на рис. 7.6 выполняется равенство $m_1 = n_3$, а число возможных соединительных путей между входом и выходом равно m_1. Практика показала, что во многих случаях для обеспечения требуемой вероятности внутренней блокировки увеличение числа звеньев в разумных пределах является экономически более оправданным, чем увеличение связности f. По этой причине в многозвенных коммутационных полях с числом звеньев более трех редко встречается многосвязное включение.

На рис. 7.7 приведена четырехзвенная схема. Для нее справедливы соотношения $m_1 = n_3$; $m_2 = n_4$, а общее число соединительных путей между входом и выходом равно $m_1 m_2$. Структура данной схемы не позволяет увеличить емкость коммутационного поля (общее число входов и выходов) без увеличения размеров коммутаторов. Однако при использовании коммутаторов больших разме-

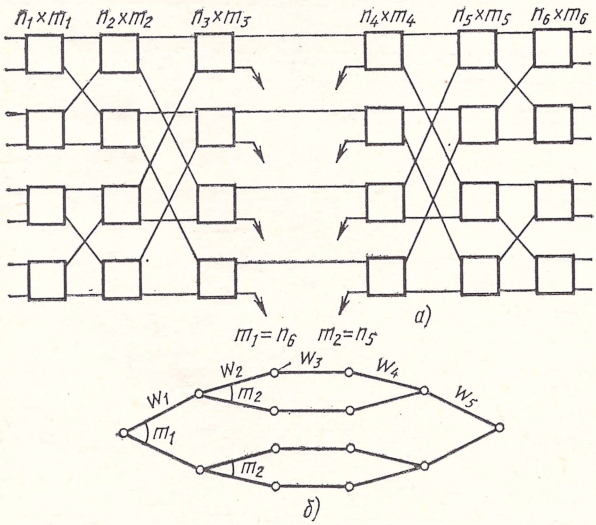


Рис. 7.9. Шестизвенное блочное коммутационное поле

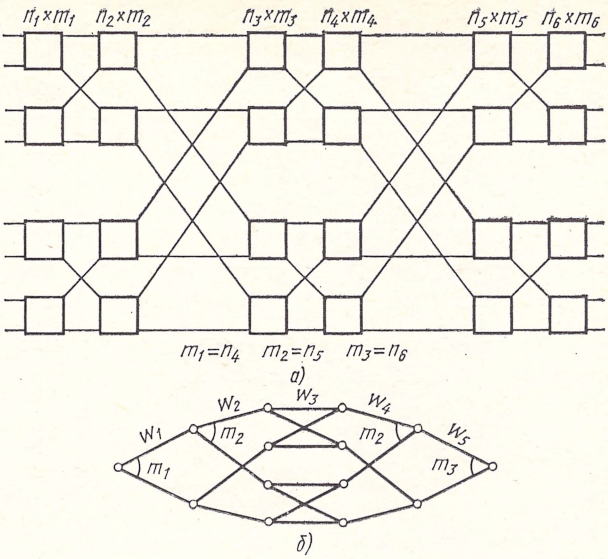


Рис. 7.10. Шестизвенное коммутационное поле из двухзвенных блоков

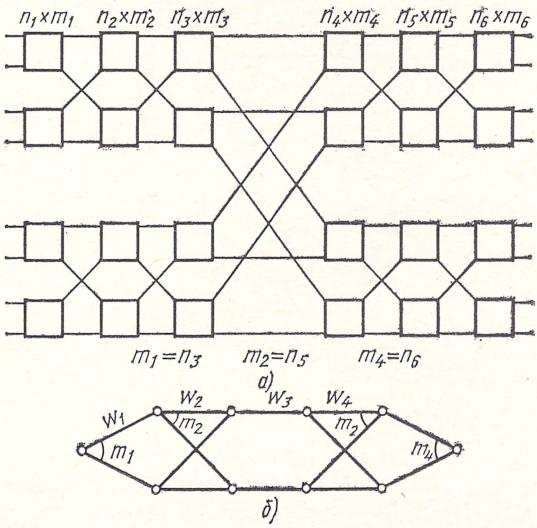


Рис. 7.11. Шестизвенное коммутационное поле из трехзвенных блоков

ров резко возрастает объем коммутационного оборудования. Поэтому для построения коммутационных полей большой емкости применяется блочная структура, при которой в качестве исходных элементов используются двух- и трехзвенные блоки.

На рис. 7.8—7.12 приведены наиболее типичные многозвенные коммутационные поля блочной структуры и графы соединительных путей между входом и выходом. Блочное построение звенье-

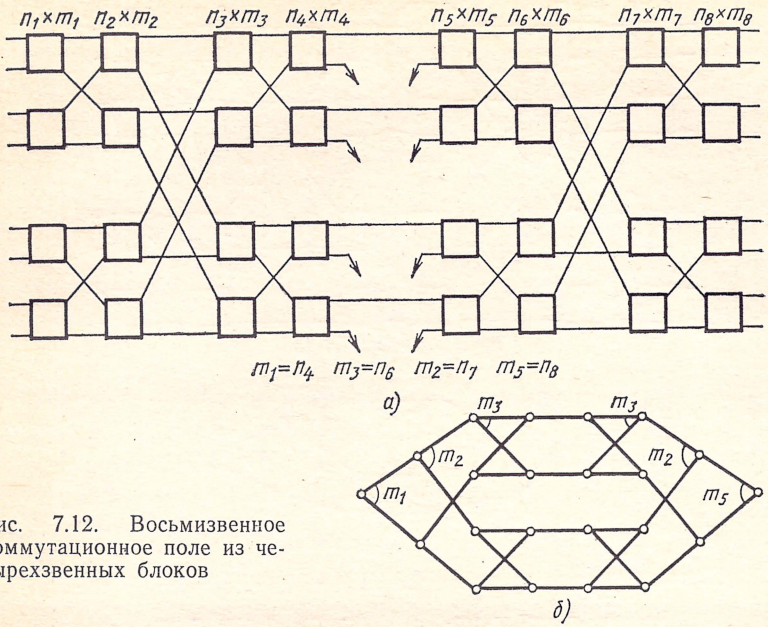


Рис. 7.12. Восьмизвенное коммутационное поле из четырехзвенных блоков

вых полей позволяет также комплектовать узлы коммутации различной емкости из однотипных блоков при разном числе ПЛ между ними. С целью упрощения на рисунках изображены не все блоки коммутационного поля. Входы (выходы) коммутаторов, оставшиеся на рисунках свободными, предназначены для связи с другими блоками по аналогичному принципу.

7.4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА ЗАНЯТЫХ ЛИНИЙ В БЛОКИРУЕМОМ ПУЧКЕ

Любой пучок промежуточных линий или выходов в звеньевой схеме является блокируемым. Для блокируемого пучка из v линий согласно (6.4) вероятность занятости x $(x=\overline{0, v})$ линий

$$\left.\begin{aligned} P_x &= \frac{\Lambda^x}{x!} P_0 \prod_{i=0}^{x-1} (1-\gamma_i); \\ P_0 &= \left[\sum_{x=0}^{v} \frac{\Lambda^x}{x!} \prod_{i=0}^{x-1} (1-\gamma_i) \right]^{-1}. \end{aligned}\right\} \qquad (7.1)$$

Здесь $\gamma_i = 1 - \varphi_i$ — условная вероятность потерь в состоянии i. Трудность использования формул (7.1) заключается в том, что γ_x зависит от состояний всех пучков графа. Кроме того, состояния этих пучков взаимно зависимы. Однако всегда можно с уверенностью утверждать, что $\gamma_0 \leqslant \gamma_1 \leqslant \ldots \leqslant \gamma_v = 1$. Рассмотрим два предельных случая.

1. Пусть γ_x для $x=\overline{0, v-1}$ очень малы и можно считать, что $\gamma_x=\delta$, $x=\overline{0, v-1}$. Это соответствует случаю с одной попыткой установления соединения. При этом в процессе искания в рассматриваемом пучке сначала находят любую свободную линию и пытаются установить соединение именно через эту линию. При отказе из-за внутренней блокировки дальнейшие попытки установления соединения через другие линии пучка не предусматриваются. Такой порядок целесообразно использовать, когда вероятность внутренней блокировки незначительна. В этом случае распределение (7.1) превращается в первое распределение Эрланга:

$$P_x=E_{x,v}[\Lambda(1-\delta)]. \tag{7.2}$$

2. Если значения γ_x для всех x достаточно велики, функцию γ_x можно линейно аппроксимировать: $\gamma_x=1-(v-x)(1-\delta)$. Тогда

$$P_x=P_0\frac{\Lambda^x}{x!}\prod_{i=0}^{x-1}(v-i)(1-\delta).$$

После несложного преобразования получаем распределение Бернулли:

$$P_x=C_v^x\left[\frac{\Lambda(1-\delta)}{1+\Lambda(1-\delta)}\right]^x\left[\frac{1}{1+\Lambda(1-\delta)}\right]^{v-x}. \tag{7.3}$$

В общем случае закон распределения числа занятых линий в блокируемом пучке описывается сложной функцией. Распределения Эрланга и Бернулли являются предельными случаями, хотя их применение обосновано недостаточно строго. Однако приведенное исследование показывает, что для пучка с малой вероятностью внутренней блокировки применение распределения Эрланга, а для пучка с большой вероятностью внутренней блокировки распределения Бернулли приводит к незначительным погрешностям.

7.5. КОМБИНАТОРНЫЙ МЕТОД ЯКОБЕУСА

Метод Якобеуса был создан в связи с развитием координатной техники и необходимостью расчета звеньевых систем коммутации. В отечественных координатных АТС для построения ступеней ГИ и АИ (при исходящей связи) используют двухзвенные блоки (см. рис. 7.5). Потери в блоке возникают при: занятости всех доступных занявшемуся входу промежуточных линий; занятости всех k_bq выходов требуемого направления; наличии свободных промежуточных линий и выходов, но отсутствии свободных соединительных путей в графе из-за взаимной блокировки.

В основе метода Якобеуса лежат следующие два предположения: независимость состояний в пучке промежуточных линий и пучке выходов в вероятностном графе; равновероятное занятие в пучке промежуточных линий и аналогично в пучке выходов. Первое предположение можно считать верным в случае применения

коммутаторов с большим числом входов и выходов. С учетом запараллеливания выходов коммутационных блоков при организации пучков исходящих линий его можно принять. Второе предположение означает применение принципа случайного выбора в процессе искания соединительного пути. Это также в основном соответствует реальному положению в координатных системах. Согласно сделанным исходным допущениям вероятность потерь в графе (см. рис. 7.5,*б*)

$$P = \sum_{i=0}^{k_b q} W_i H_{k_b q-i}, \tag{7.4}$$

где W_i — вероятность занятости i из $k_b q$ выходов, а $H_{k_b q-i}$ — вероятность занятости фиксированных промежуточных линий, соответствующих $k_b q - i$ свободным выходам. Вероятность W_i определяется в соответствии с законом распределения числа занятых выходов, а вероятность $H_{k_b q-i}$ вычисляется согласно (3.41).

Закон распределения числа занятых линий в пучках промежуточных линий и выходов обусловлен структурой и назначением коммутационных схем. Для ступеней АИ и ГИ координатных АТС можно считать, что выход (ИШК или соединительная линия) всегда имеет значительно большее использование, чем промежуточная линия. В частности, для уменьшения вероятности блокировки исходящей линии на звене А блока ГИ часто используется расширение. С этой же целью блок АИ обычно имеет небольшое сжатие на звене А так, чтобы использование промежуточной линии было мало и соответственно была мала вероятность блокировки ИШК из-за занятости ПЛ. С учетом изложенных в предыдущем параграфе соображений для ступеней АИ и ГИ координатных АТС оправданны распределение Эрланга для пучка выходов и распределение Бернулли для пучка промежуточных линий. При этих условиях вероятность потерь в направлении полнодоступной двухзвенной схемы

$$P = \frac{E_{k_b q}(\Lambda)}{E_{n_a q}(\Lambda/a^f)} \text{ при } n_a \leqslant m_a; \tag{7.5}$$

или

$$P = \frac{E_{k_b q}(\Lambda)}{E_{k_b q}(\Lambda/b^f)} + b^{f k_b} \text{ при } n_a > m_a, \tag{7.6}$$

где a и b — коэффициенты среднего использования соответственно входа и ПЛ. Учитывая приближенный характер расчетов, в области малых потерь можно для упрощения принять $\Lambda \approx Y$.

Двухзвенная полнодоступная схема редко применяется как изолированное коммутационное поле. Для оборудования ступени искания координатной АТС обычно применяют несколько однотипных двухзвенных блоков с полнодоступным или неполнодоступным включением пучка линий в выходы этих блоков. В последнем

случае каждый коммутационный блок следует рассматривать как отдельную нагрузочную группу с доступностью $D=k_b q$ выходов. Опираясь на идею О'Делла, Якобеус предложил следующую формулу для расчета емкости пучка v неполнодоступного включения [см. (6.11)] при заданной интенсивности обслуженной нагрузки Y и норме потерь P:

$$v=D+(Y-Y_{k_b q})/c, \tag{7.7}$$

где $Y_{k_b q}$ — пропускная способность пучка из $k_b q$ линий двухзвенной полнодоступной схемы при заданных потерях P, определяемая по (7.5) или (7.6); c — среднее использование одной из $v-D$ исходящих линий. Величина c определяется методом подбора из следующих формул:

$$P=c^{q(k_b-n_a)}\left(a^f+c^q-a^f c^q\right)^{n_a} \quad \text{при } n_a \leqslant m_a; \tag{7.8}$$

$$P=\left(b^f+c^q-b^f c^q\right)^{k_b}+b^{fk_b} \quad \text{при } n_a > m_a. \tag{7.9}$$

Пример. Рассчитаем число ИШК для ступени АИ координатной АТС (рис. 7.13). Пусть интенсивность нагрузки сотенной абонентской группы по исходящей связи $Y_{\text{исх}}=5$ Эрл, а по входящей $Y_{\text{вх}}=4$ Эрл. Требуется определить емкость пучка ИШК $v_{\text{ИШК}}$ при допустимой вероятности потерь $P=0{,}002$ и числе блоков $g=10$. Коммутационный блок имеет следующие параметры: $n_a=10$, $m_a=6$,

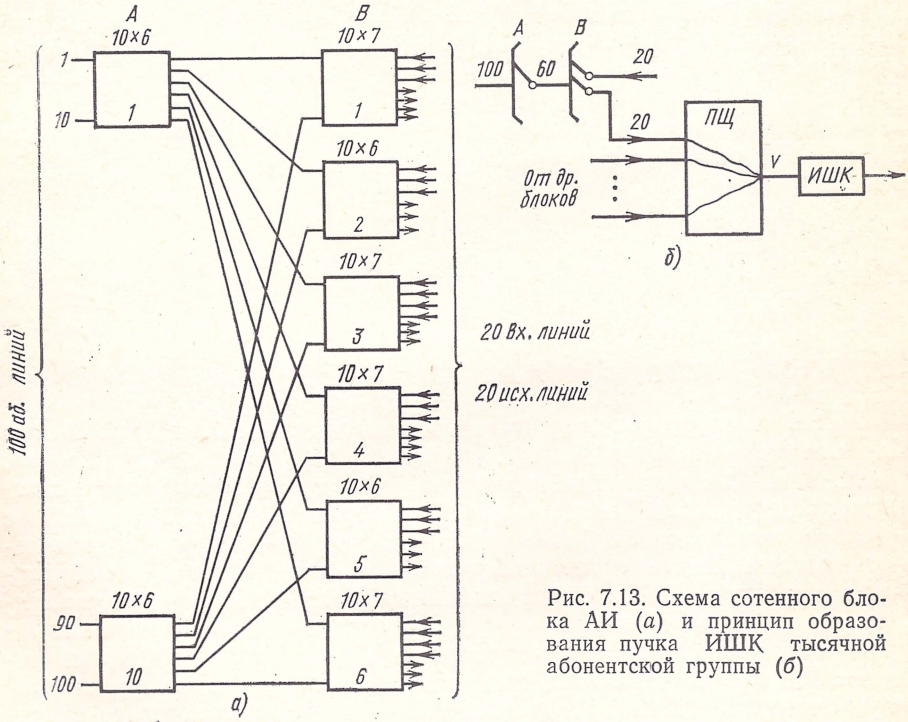


Рис. 7.13. Схема сотенного блока АИ (*а*) и принцип образования пучка ИШК тысячной абонентской группы (*б*)

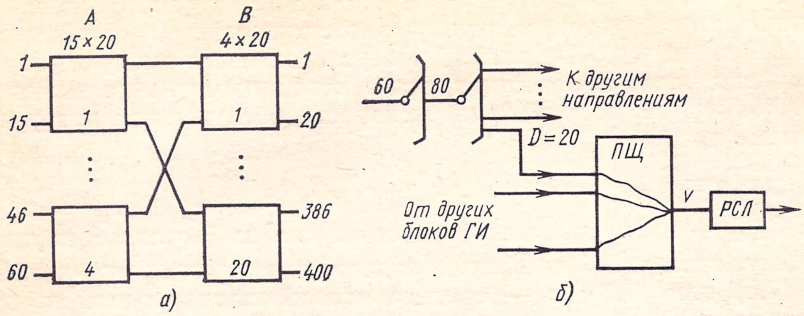


Рис. 7.14. Схема блока ГИ (*а*) и принцип образования неполнодоступного пучка на ступени ГИ (*б*)

$f=1$, $k_b q=20$, $q=3{,}33$. Тогда $b=(Y_{исх}+Y_{вх})/v_{ab}=9/60=0{,}15$ Эрл. Определим c из выражения (7.9): $c^q=(\sqrt[k_b]{P-b^{f k_b}}-b)/(1-b)=0{,}247$; $c=0{,}657$ Эрл. Величина $Y_{k_b q}$ определяется из соотношения $P=E_{k_b q}(Y_{k_b q})/E_{k_b q}(Y_{k_b q}/b)$. Используя таблицы [8], подбором получаем $Y_{k_b q}=9{,}7$ Эрл. Тогда $v_{ИШК}=D+(gY_{исх}-Y_{k_b q})/c=81$.

Рассчитаем число линий направления ступени ГИ координатной АТС (рис. 7.14,*а*). Пусть на направление ступени ГИ поступает нагрузка $Y=40$ Эрл. Требуется определить емкость пучка линий этого направления при допустимой вероятности потерь $P=0{,}005$, если на ступень ГИ, состоящую из $g=10$ блоков, поступает общая нагрузка 300 Эрл. Блок ГИ имеет следующие параметры: $n_a=15$, $m_a=20$, $f=1$, $N=60$.

Для данного направления $q=1$, т. е. $D=k_b q=20$. Общее число входов ступени ГИ $gN=600$. Тогда $a=300/600=0{,}5$ Эрл.

Определим c и $Y_{k_b q}$ методом подбора из следующих соотношений:

$$P=c^{k_b q-n_a}(a+c-ac)^{n_a},\quad c=0{,}637 \text{ Эрл};$$

$$P=E_{k_b q}(Y_{k_b q})/E_{n_a q}(Y_{k_b q}/a),\quad Y_{k_b q}=9{,}8 \text{ Эрл}.$$

Тогда $v=D+(Y-Y_{k_b q})/c=67$.

7.6. МЕТОД ВЕРОЯТНОСТНЫХ ГРАФОВ

Используя соответствующие законы распределения для последовательно включенных пучков промежуточных линий и выходов, можно в принципе комбинаторный метод Якобеуса распространить на многозвенные поля любой сложности. Однако для схем с числом звеньев три и более удобные формулы для вычисления вероятности потерь получить не удается. В связи с разработкой квазиэлектронных АТС, коммутационные поля которых представляют собой сложные многозвенные системы, возникла задача создания общего метода оценки пропускной способности подобных систем. По предложению Ли для расчета вероятности потерь используется вероятностный граф, поскольку он хорошо отражает структуру и режим использования коммутационного поля.

Метод вероятностных графов основан на двух предположениях: независимости во всех последовательно включенных пучках линий и независимости состояний линий внутри любого из этих пучков, т. е. принято допущение о независимости между собой всех линий, входящих в граф. Это предполагает большие размеры используемых коммутаторов на всех звеньях и большую вероятность взаимной блокировки для всех пучков. В таком случае занятие или незанятие той или иной линии в графе зависит от большого числа факторов (состояния линий в последовательно включенных пучках и комбинации их взаимного расположения). В результате состояния двух любых линий, взятых из графа, можно считать мало зависимыми друг от друга. Кроме того, второе предположение равносильно признанию распределения Бернулли для всех звеньев.

В простейшем случае граф состоит только из одной дуги с вероятностью занятости w, равной интенсивности нагрузки, обслуженной линией, характеризуемой этой дугой (рис. 7.15,*а*). Вероятность потерь в таком графе

$$P = w. \tag{7.10}$$

Вероятность потерь в графе, состоящем из α параллельно включенных дуг (рис. 7.15,*б*),

$$P = w^{\alpha}. \tag{7.11}$$

Вероятность потерь в графе (рис. 7.15,*в*), состоящем из s последовательно включенных дуг с вероятностями занятости $w_1, w_2, \ldots, w_s$,

$$P = 1 - \prod_{i=1}^{s} (1 - w_i). \tag{7.12}$$

Граф (рис. 7.15,*г*), представляющий только параллельно-последовательное включение дуг, называют графом типа П. Вероятность потерь в таком графе

$$P = \left[1 - \prod_{i=1}^{s} (1 - w_i) \right]^{\alpha}. \tag{7.13}$$

Выражения (7.10)—(7.13) являются основой для расчета любого сложного графа.

Типичный граф непараллельно-последовательного включения дуг (типа Н) показан на рис. 7.16,*а*. Для него

$$P = \sum_{k=0}^{m_2} C_{m_2}^{k} w_3^{m_2 - k} (1 - w_3)^k [w_1 + w_2^k (1 - w_1)]^{m_1}. \tag{7.14}$$

При выводе (7.14) использована важная для практики возможность разложения сложного графа типа Н на простые графы типа П. Рассмотрим возможные состояния линий в последнем звене графа. Вначале предположим, что в этом звене все линии заняты, вероятность такого события в соответствии с биномиальным распределением

$$C_{m_2}^{0} w_3^{m_2} (1 - w_3)^0 = w_3^{m_2}.$$

Вызов в данном случае будет потерян независимо от состояний линий остальных пучков. Действительно,

$$[w_1 + w_2^0(1 - w_1)] = 1.$$

Предположим, что в последнем звене графа свободна одна любая линия. Вероятность этого события

$$C_{m_2}^1 w_3^{m_2-1}(1 - w_3).$$

Поскольку имеется одна свободная линия в последнем звене, то в первом и втором звеньях графа достаточно рассмотреть только те линии, которые могут быть использованы для установления

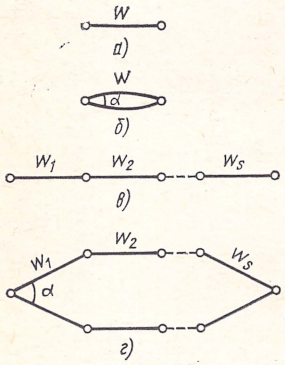


Рис. 7.15. Простейшие вероятностные графы типа П

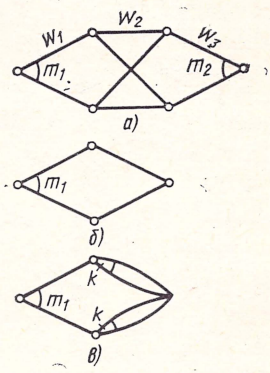


Рис. 7.16. Принцип разложения графа типа Н в графы типа П

соединения с этой линией. Тогда вероятность того, что эта свободная линия будет блокирована, определяется по простому графу типа П (см. рис. 7.16,*б*):

$$[1 - (1 - w_1)(1 - w_2)]^{m_1} = [w_1 + w_2(1 - w_1)]^{m_1}.$$

Совместная вероятность этих двух событий $C_{m_2}^1 w_3^{m_2-1}(1 - w_3)[w_1 + w_2(1 - w_1)]^{m_1}$. Вероятность наличия k свободных линий в последнем звене графа $C_{m_2}^k w_3^{m_2-k}(1 - w_3)^k$. Вероятность того, что эти k свободных линий будут блокированы, определяется по графу типа П (см. рис. 7.16,*в*):

$$[1 - (1 - w_1)(1 - w_2^k)]^{m_1} = [w_1 + w_2^k(1 - w_1)]^{m_1}.$$

Совместная вероятность этих двух событий

$$C_{m_2}^k w_3^{m_2-k}(1 - w_3^k)[w_1 + w_2^k(1 - w_1)]^{m_1}.$$

Суммируя вероятности всех возможных случаев от $k=0$ и $k=m_2$, получаем формулу (7.14).

В принципе прием разложения сложного графа на простые можно использовать относительно любого пучка линий, и если необходимо, то многократно в процессе вычисления. На рис. 7.6—7.12

показаны типичные многозвенные поля и соответствующие им вероятностные графы для режима линейного искания. Формулы расчета вероятности блокировки для этих полей приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Номер рисунка	Формула для расчета вероятности блокировки
7.6	$P=[1-(1-w_1)(1-w_2)]^{m_1}$
7.7	$P=\sum_{k=0}^{m_2} C_{m_2}^k w_3^{m_2-k}\left(1-w_3\right)^k\left[w_1+w_2^k(1-w_1)\right]^{m_1}$
7.8	$P=[1-(1-w_1)(1-w_2)(1-w_3)]^{m_1}$
7.9	$P=[1-(1-w_1)\{1-[1-(1-w_2)(1-w_3)(1-w_4)]^{m_2}\}\times$ $\times(1-w_5)]^{m_1}$
7.10	$P=\sum_{k=0}^{m_1}\sum_{h=0}^{m_3}[C_{m_1}^k w_1^{m_1-k}(1-w_1)^k][C_{m_3}^h w_5^{m_3-h}(1-w_5)^h]\,G_{k,h}$ $G_{k,h}=\left\{\sum_{i=0}^{k}\sum_{j=0}^{h}[C_k^i w_2^{k-i}(1-w_2)^i][C_h^j w_4^{h-j}(1-w_4)^j]\,w_3^{ij}\right\}^{m_2}$
7.11	$P=\sum_{k=0}^{m_2} C_{m_2}^k w_3^{m_2-k}(1-w_3)[A_k+B_k-A_k B_k]$ $A_k=[w_1+w_2^k(1-w_1)]^{m_1}$ $B_k=[w_5+w_4^k(1-w_5)]^{m_1}$
7.12	$P=\sum_{k=0}^{m_1}\sum_{h=0}^{m_5}[C_{m_1}^k w_1^{m_1-k}(1-w_1)^k][C_{m_5}^h w_7^{m_5-h}(1-w_7)^h]\,G_{k,h}$ $G_{k,h}=\left\{\sum_{i=0}^{m_3} C_{m_3}^i w_4^{m_3-i}(1-w_4)^i[A_{k,i}+B_{h,i}-A_{k,i}B_{h,i}]\right\}^{m_2}$ $A_{k,i}=[w_2+w_3^i(1-w_2)]^k$ $B_{h,i}=[w_6+w_5^i(1-w_6)]^h$

Если вместо w_i известны интенсивности поступающей на одну линию звена i нагрузки λ_i, то в области малых потерь без ущерба для точности можно принять $w_i=\lambda_i$. В области больших потерь для расчетов применяется итерация. Вначале принимается $w_{i1}=\lambda_i$ и рассчитывается вероятность потерь P_1. Затем выполняется второй шаг итерации, при котором $w_{i2}=w_{i1}(1-P_1)$.

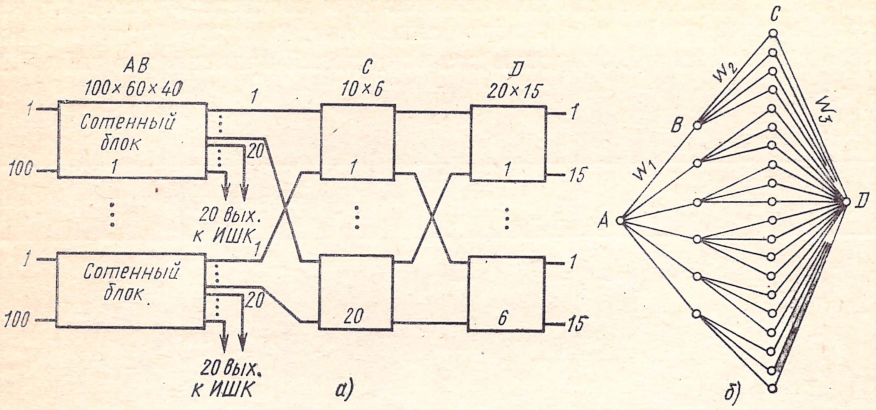


Рис. 7.17. Тысячный блок АИ (*а*) и его граф при входящей связи (*б*)

По методу вероятностных графов рассчитывается вероятность потерь P_2. Аналогично при $w_{i3}=w_{i1}(1-P_2)$ на третьем шаге итерации определяется значение P_3 и т. д. до тех пор, пока не получится заданная точность расчета Δ:

$$|P_j-P_{j+1}|/P_{j+1}\leqslant\Delta.$$

Пример. Рассчитаем вероятности потерь на ступени АИ при входящей связи. Допустим, что для тысячной абонентской группы необходимо установить блок CD 90×120×200 (рис. 7.17,*а*). Известно, что интенсивность входящей нагрузки $Y_{\text{вх.тыс}}=40$ Эрл, а исходящей нагрузки $Y_{\text{исх.тыс}}=50$ Эрл. Определим вероятность внутренней блокировки при входящей связи

$$w_{ab}=(Y_{\text{исх.тыс}}+Y_{\text{вх.тыс}})/\sum v_{AB}=(50+40)/(10\cdot 60)=0{,}15 \text{ Эрл};$$

$$w_{bc}=Y_{\text{вх.тыс}}/\sum v_{BC}=40/200=0{,}2 \text{ Эрл};$$

$$w_{cd}=Y_{\text{вх.тыс}}/v_{CD}=40/120=0{,}33 \text{ Эрл}.$$

Вероятность блокировки

$$P=\{1-(1-w_{ab})[1-(w_{bc}+w_{cd}-w_{bc}w_{cd})^3]\}^4\{1-(1-w_{ab})[1-(w_{bc}+$$
$$+w_{cd}-w_{bc}w_{cd})^4]\}^2=0{,}0001.$$

Таким образом, вероятность блокировки на ступени АИ мала.

7.7. РАСЧЕТ КВАЗИЭЛЕКТРОННЫХ КОММУТАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ

В квазиэлектронных системах коммутации используются коммутаторы с малым числом входов и выходов, поэтому нельзя считать, что между последовательно включенными звеньями существует полная независимость. Как правило, в многозвенных коммутационных полях $f_{i-1,\,i}\leqslant 1$, т. е. пара коммутаторов смежных звеньев соединена не более чем одной ПЛ. Рассмотрим коммутатор зве-

на i произвольного соединительного пути. Отказ в установлении соединения через данный путь по причине состояния этого коммутатора обусловлен: а) занятостью требуемого выхода коммутатора; б) занятостью требуемого входа коммутатора; в) одновременной занятостью входа и выхода.

В коммутаторе с n_i входами и m_i выходами возможно $n_i m_i$ комбинаций соединений между входом и выходом. Если через коммутатор уже установлено x соединений, то остается $(n_i - x)(m_i - x)$ комбинаций, которые можно использовать для новых соединений. Тогда вероятность отказа в установлении соединения через рассматриваемый коммутатор

$$\sigma = \sum_{x=0}^{\min(n_i,\, m_i)} \frac{n_i m_i - (n_i - x)(m_i - x)}{n_i m_i} P_x = \sum_{x=0}^{\min(n_i\, m_i)} (x/n_i + x/m_i - x^2/n_i m_i) P_x = w_{i-1} + w_i - w_{i-1} w_i - Dx/n_i m_i,$$

где P_x — вероятность наличия в коммутаторе x соединений; w_{i-1}, w_i — интенсивность обслуженной нагрузки соответственно ПЛ звеньев $i-1$ и i; Dx — дисперсия величины x.

Обозначим через $\sigma^* = w_{i-1} + w_i - w_{i-1} w_i$ вероятность отказа в установлении соединения через исследуемый коммутатор в предположении о независимости звеньев. Сопоставляя σ и σ^*, видим, что σ всегда меньше σ^*. И только в случае, когда $n_i \to \infty$ или $m_i \to \infty$, $\sigma = \sigma^*$. Для вычисления Dx предположим, что распределение числа установленных соединений через коммутатор подчиняется закону Бернулли. Тогда

$$\sigma = 1 - (1 - w_{i-1})(1 - w_i + w_i/n_i), \quad n_i \leqslant m_i;$$

$$\sigma = 1 - (1 - w_{i-1})[1 - w_i + w_i(1 - w_i)/n_i(1 - w_{i-1})], \quad n_i \geqslant m_i,$$

или

$$\sigma = 1 - [1 - w_{i-1} + w_{i-1}(1 - w_{i-1})/m_i(1 - w_i)](1 - w_i), \quad n_i \leqslant m_i;$$

$$\sigma = 1 - (1 - w_{i-1} + w_{i-1}/m_i)(1 - w_i), \quad n_i \geqslant m_i.$$

Полученный результат показывает, что для учета влияния между соседними звеньями достаточно уменьшить вероятность занятости линии в одном из звеньев. Распространяя такой подход на коммутаторы всех звеньев, можно определить вероятность занятости соединительного пути между входными и выходными коммутаторами:

$$\sigma = 1 - \prod_{i=1}^{s-1} [1 - (w_i - \delta_i)], \tag{7.15}$$

где $\delta_i = w_i/m_{i+1}$ при $n_i \leqslant m_i$, или $\delta_i = w_i(1 - w_i)/m_{i+1}(1 - w_{i+1})$ при $n_i \geqslant m_i$.

Строго говоря, взаимозависимость существует и между несмежными звеньями. Однако можно легко убедиться в том, что эта зависимость проявляется значительно слабее. Действительно, линия в $(i+1)$-м звене может быть занята в одном соединительном пу-

ти вместе с любой из $n_i n_{i+1}$ линий в $(i-1)$-м звене. Следовательно, доля интенсивности обслуженной нагрузки, общая для линий в звеньях $i-1$ и $i+1$, будет равна $w_{i+1}/(n_i n_{i+1})$.

Итак, предположение о независимости состояний линий между звеньями может быть принято, если при расчете вместо истинного значения w_i поставить расчетное значение

$$w_{i\,\text{р}} = w_i - \delta_i. \qquad (7.16)$$

Квазиэлектронная АТС имеет коммутационное поле блочного типа без разбиения на ступени искания (рис. 7.18). Каждый коммутационный блок, в свою очередь, представляет собой многозвенную схему. Во входы блока абонентских линий (БАЛ) включаются абонентские комплекты (АК), в выходы — шнуровые комплекты (ШК) для внутристанционной связи. В блок соединительных линий (БСЛ) включены исходящие (ИКСЛ) и входящие (ВКСЛ) комплекты соединительных линий. При установлении соединений через такое коммутационное поле управляющее устройство производит обусловленное искание через все звенья от исходящего комплекта до входящего. Возможны различные режимы искания. При установлении внутристанционных (АК — АК) и входящих (ВКСЛ — АК) соединений используется режим линейного искания, а при установлении исходящих (АК — ИКСЛ) и транзитных (ВКСЛ — ИКСЛ) соединений — режим группового искания.

Расчет вероятности потерь в режиме линейного искания ($P_л$) сводится к определению вероятности блокировки между заданными входом и выходом. При допущении справедливости распределения Бернулли для всех пучков промежуточных линий эта вероятность может быть определена методом вероятностных графов с учетом конечности размеров используемых коммутаторов (7.15), (7.16). Однако для расчета вероятности потерь в режиме ГИ ($P_г$) метод вероятностного графа в его первоначальном виде не применим, поскольку неверно полагать, что состояния в пучке исходящих линий подчинены распределению Бернулли. Обычно

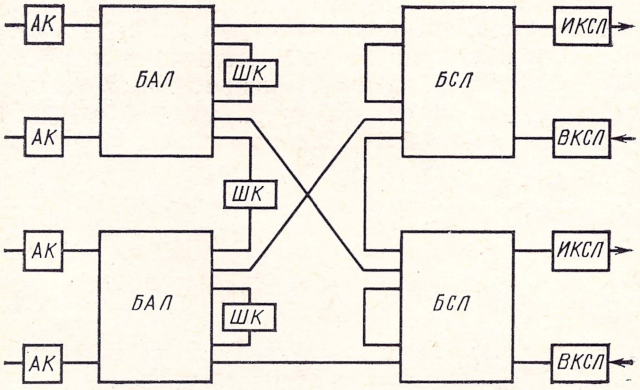


Рис. 7.18. Коммутационное поле квазиэлектронной АТС

в квазиэлектронных АТС для обеспечения необходимого качества обслуживания при входящей связи вероятность блокировки между входом и выходом коммутационной системы мала. Следовательно, для описания состояния в пучке исходящих соединительных линий лучше применить распределение Эрланга $E_{x,v}(\Lambda)$, где Λ — интенсивность поступающей нагрузки на пучок исходящих соединительных линий. Если величина $P_л$ мала, то для расчета вероятности $P_г$ можно использовать следующую приближенную формулу, основанную на теории Якобеуса:

$$P_г = \frac{E_v(\Lambda)}{E_v(\Lambda/P_л)} + w_1^{m_1}, \tag{7.17}$$

где v — емкость пучка исходящих линий; w_1 — интенсивность обслуженной линией первого звена нагрузки. Слагаемое $w_1^{m_1}$ прибавляется только тогда, когда $n_1 > m_1$ и учитывает тот факт, что при достаточно большой емкости пучка исходящих соединительных линий вероятность потерь в режиме ГИ не может быть меньше значения $w_1^{m_1}$.

Пример. Коммутационное поле квазиэлектронной узловой станции комплектуется из однотипных четырехзвенных блоков входящих и исходящих линий (рис. 7.19). Каждый блок строится на коммутаторах 8×8 и имеет 1024 входа для включения входящих (исходящих) линий и 1024 выхода для включения межблочных промежуточных линий. Между входом и выходом блока имеются по четыре соединительных пути. Если между блоком входящих линий и блоком исходящих линий включены 16 промежуточных линий, то узловая станция может иметь максимальную емкость 65536 входящих линий и столько же исходящих линий (64 блока по 1024 линий). При увеличении числа межблочных линий в 2 раза емкость коммутационного поля уменьшается в 2 раза. Поскольку это коммутационное поле узловой станции, то оно работает только в режиме группового искания. Требуется определить вероятность потерь $P_г$ для направления из $v=60$ линий, на которое поступает интенсивность нагрузки $\Lambda=44$ Эрл при интенсивности нагрузки на вход $a=0{,}6$ Эрл.

Для расчета $P_л$ необходимо сначала построить граф между входным и выходным коммутаторами (рис. 7.19, *б*). Сравнивая рис. 7.19 и 7.12, видим, что граф на рис. 7.19 представляет собой параллельное включение двух графов типа рис. 7.12. Следовательно, $P_л$ вычисляется по следующей формуле:

$$P_л = \left\{ \sum_{k=0}^{l_1} \sum_{h=0}^{l_5} \left[C_{l_1}^k w_{1р}^{l_1-k} (1-w_{1р})^k \right] \left[C_{l_5}^h w_{7р}^{l_5-h} (1-w_{7р})^h \right] G_{k,h} \right\}^2,$$

где $$G_{k,h} = \left\{ \sum_{i=0}^{\alpha} C_\alpha^i w_{4р}^{\alpha-i} (1-w_{4р})^i \left[\left(w_{2р} + w_{3р}^i - w_{2р} w_{3р}^i\right)^k + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \left(w_{6р} + w_{5р}^i - w_{6р} w_{5р}^i\right)^h - \left(w_{2р} + w_{3р}^i - w_{2р} w_{3р}^i\right)^k \left(w_{6р} + w_{5р}^i - w_{6р} w_{5р}^i\right)^h \right] \right\}^{m_2}.$$

Согласно заданию

$w_i = 0{,}6$ Эрл, $i = 1, 2, \ldots, 7$;

$w_{iр} = w_i - w_i/m_i = 0{,}6\,(1 - 1/8) = 0{,}525$ Эрл;

$l_1 = l_5 = m_i/2 = 4$.

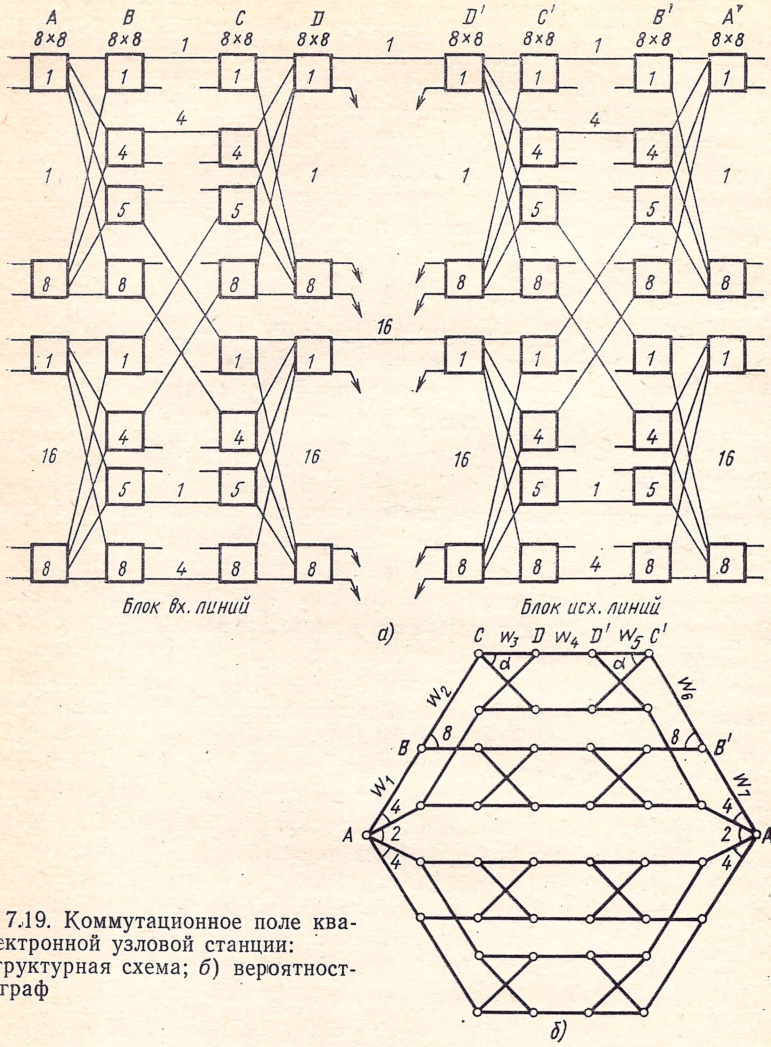


Рис. 7.19. Коммутационное поле квазиэлектронной узловой станции:
а) структурная схема; *б*) вероятностный граф

Вычисление можно вести с помощью ЭВМ или портативного калькулятора. При включении 16 межблочных линий ($\alpha=1$) $P_{л1}=0{,}374$. При включении 32 межблочных линий ($\alpha=2$) $P_{л2}=0{,}179$. Вероятность потерь при групповом искании

$$P_г = \frac{E_{60}(44)}{E_{60}(44/P_л)}.$$

Окончательно получаем $P_{г1}=0{,}008$; $P_{г2}=0{,}0049$.

7.8. МЕТОД ЭФФЕКТИВНОЙ ДОСТУПНОСТИ

Метод разработан А. Д. Харкевичем для расчета двухзвенных коммутационных схем в режиме группового искания (см. рис. 7.5). Он учитывает такую особенность звеньевых схем, как переменная доступность. Вход, включенный в коммутатор звена А, имеет доступ к выходам требуемого направления через промежуточные линии, соединяющие этот коммутатор звена А с коммутаторами звена В. При наличии i установленных соединений через рассматриваемый коммутатор звена А для вновь поступающего в этот коммутатор вызова доступны только $D_i=(m_a-i)q$ выходов, так как остальные iq выходов заблокированы занятыми промежуточными линиями. Это выражение справедливо для случая $f=1$. Минимальная доступность

$$D_{min}=(m_a-n_a+1)q. \qquad (7.18)$$

При $m_a<n_a$ $D_{min}=0$. Средняя доступность $\bar{D}=(m_a-Y_{m_a})q$, где Y_{m_a} — интенсивность обслуженной промежуточными линиями одного коммутатора звена А нагрузки. В случае $f=2$

$$\bar{D}=[m_a/2-Y^2_{m_a}/2(m_a-1)]q. \qquad (7.19)$$

Идея метода расчета заключается в том, что двухзвенная блокируемая коммутационная схема рассматривается как однозвенная неполнодоступная схема с некоторой эффективной доступностью $D_э$. Для определения $D_э$ Харкевич предложил следующее выражение:

$$D_э=D_{min}+\theta(\bar{D}-D_{min}), \qquad (7.20)$$

где $\theta=0{,}75—0{,}85$ — эмпирический коэффициент.

При известном значении $D_э$ определение емкости пучка исходящих линий v сводится к использованию формулы (6.11) для расчета неполнодоступной схемы. Метод эффективной доступности может быть применен для полнодоступных и неполнодоступных двухзвенных схем.

Пример. Используем условия задач § 7.5 для ступени АИ и ГИ координатной АТС (см. рис. 7.13 и 7.14). Для ступени АИ $P=0{,}002$; $n_a=10$; $m_a=6$; $f=1$; $q=3{,}33$; $Y_{m_a}=0{,}9$ Эрл; $Y_{исх}=50$ Эрл. Доступности $D_{min}=0$; $\bar{D}=(m_a-Y_{m_a})q=16{,}83$; $D_э=\theta\bar{D}=0{,}8\cdot16{,}83=13$.

Из табл. П3 и П10 находим $\alpha=1{,}61$; $Y_D=5{,}26$ Эрл. Тогда

$$v_{ИШК}=D+\alpha(Y_{исх}-Y_D)=13+1{,}61(50-5{,}26)=85.$$

Для ступени ГИ $P=0{,}005$; $n_a=15$; $m_a=20$; $q=1$; $f=1$; $Y_{m_a}=7{,}5$ Эрл; $Y=40$. Доступности $D_{min}=(m_a-n_a+1)q=6$; $\bar{D}=(m_a-Y_{m_a})q=12{,}5$; $D_э=D_{min}+\theta(\bar{D}-D_{min})=6+0{,}8(12{,}5-6)\approx11$.

Из табл. П3 и П10 находим $\alpha=1{,}62$; $Y_D=4{,}59$ Эрл. Искомая емкость пучка линий $v=D+\alpha(Y-Y_D)=11+1{,}62(40-4{,}59)\approx68$.

Как видно из примеров, результаты расчетов методами эффективной доступности и Якобеуса близки. Таким образом, метод эф-

фективной доступности, отличаясь простотой и удобством вычисления, дает вполне приемлемую для инженерной практики точность. Это позволяет использовать данный метод для оценки пропускной способности многозвенных полей.

В работе Лотце [29] понятие эффективной доступности было распространено на многозвенные схемы, работающие в режиме группового искания (метод КЛИГС). Пусть дана s-звенная схема и в коммутаторы последнего звена включен пучок исходящих линий некоторого направления. Задача расчета в основном сводится к определению эффективной доступности линий этого пучка заданному входу.

Примем следующие обозначения: m_i — число выходов коммутатора звена i; k_i — число коммутаторов звена i; Y_i — интенсивность обслуженной одним коммутатором звена i нагрузки; $q_r = v_r/k_s$ — среднее число выходов одного коммутатора последнего звена в направлении r; v — число линий в пучке направления; $V_{i,\,i+1}$ — общее число промежуточных линий между звеньями i и $i+1$; M — общее число выходов коммутационной схемы.

Среднее число коммутаторов последнего звена, доступных заданному входу

$$\overline{D} = \prod_{i=1}^{s-1} (m_i - Y_i), \tag{7.21}$$

При этом налагается ограничение

$$\prod_{i=1}^{j} (m_i - Y_i) \leqslant k_{j+1}. \tag{7.22}$$

Если указанное ограничение не выдерживается, принимается

$$\prod_{i=1}^{j} (m_i - Y_i) = k_{j+1}.$$

Максимальная доступность

$$D_{max} = k_s. \tag{7.23}$$

Тогда среднее число недоступных коммутаторов последнего звена заданному входу

$$\overline{D}_{\text{н}} = D_{max} - \overline{D}. \tag{7.24}$$

Эффективная доступность $D_{\text{э}}$ определяется как сумма двух слагаемых:

$$D_{\text{э}} = D_{1\text{э}} + D_{2\text{э}}, \tag{7.25}$$

где $D_{1\text{э}} = \overline{D} q_r$; $D_{2\text{э}} = \overline{D}_{\text{н}} q_r \dfrac{Y_r}{v_r} \dfrac{V_{s-1,\,s-Y}}{M}$; Y_r — интенсивность обслуженной нагрузки в направлении r; Y — интенсивность общей обслуженной нагрузки коммутационной схемы.

Вероятность потерь $P_{\text{г}}$ вычисляется по формуле МПЯ (6.9):

$$P_{\text{г}} = \frac{E_{v_r}(\Lambda_{\text{ф}})}{E_{v_r - D_{\text{э}}}(\Lambda_{\text{ф}})}. \tag{7.26}$$

Фиктивная нагрузка $\Lambda_ф$ определяется из соотношения

$$Y_r = \Lambda_ф [1 - E_{v_r}(\Lambda_ф)], \quad (7.27)$$

а фактически поступающая нагрузка для направления r — из соотношения

$$Y_r = \Lambda_r (1 - P_г). \quad (7.28)$$

Пример. На рис. 7.20 приведена четырехзвенная блочная коммутационная схема с параметрами $n_i = m_i = 8$; число промежуточных линий между блоками равно 4; интенсивность общей поступающей нагрузки $\Lambda = 512$ Эрл, а в направлении r при $v_r = 30$ линий интенсивность поступающей нагрузки 18 Эрл. Определить значение вероятности потерь для этого направления.

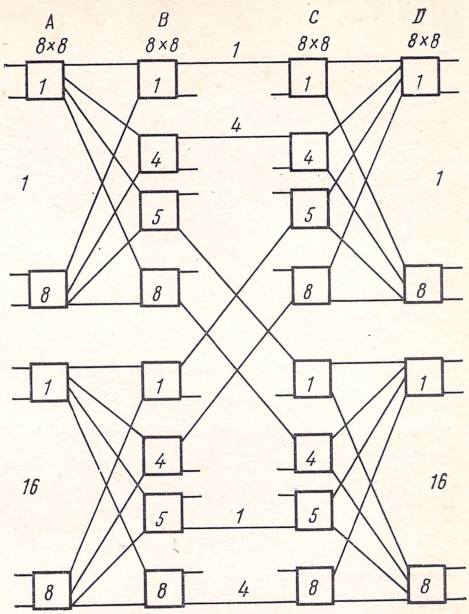


Рис. 7.20. Четырехзвенное коммутационное поле 1024×1024

Рассчитаем эффективную доступность для коммутационной схемы без концентрации и расширения:

$$k_i = 1/4 \prod_{i=1}^{3} m_i = 128, \quad i = \overline{1,4}; \qquad \Lambda_i = \Lambda / k_i = 512/128 = 4 \text{ Эрл};$$

$$q_r = v_r / k_s = 30/128 = 0{,}23; \qquad D_{1э} = \overline{D}\, q_r = 0{,}23 \prod_{i=1}^{3} (m_i - \Lambda_i) \approx 14;$$

$$\overline{D}_н = k_s - \overline{D} = 64; \qquad D_{2э} = \overline{D}_н\, q_r\, \Lambda_r / v_r\, \Lambda_s = 64 \cdot 0{,}23 \cdot 18/(30 \cdot 4) = 2;$$

$$D_э = D_{1э} + D_{2э} = 16.$$

Вначале предположим, что $\Lambda_ф = \Lambda_r$, тогда $P_{г1} = E_{30}(18)/E_{30-16}(18) = 0{,}0083$.

Зная $P_{г1}$, определяем первое значение $\Lambda_{ф1}$:

$$Y_{r1} = \Lambda_r (1 - P_{г1}) = 17{,}85 \text{ Эрл}; \quad Y_{r1} = \Lambda_{ф1} [1 - E_{30}(\Lambda_{ф1})]; \quad \Lambda_{ф1} = 17{,}9 \text{ Эрл}.$$

При $\Lambda_ф = \Lambda_{ф1}$ получаем новое значение $P_г$: $P_{г2} = E_{30}(17{,}9)/E_{30-16}(17{,}9) = 0{,}0077$. Аналогично $Y_{r2} = \Lambda_г (1 - P_{г2}) = 17{,}86$ Эрл; $Y_{r2} = \Lambda_{ф2}[1 - E_{30}(\Lambda_{ф2})]$; $\Lambda_{ф2} = 17{,}9$.

Следовательно, нет необходимости вести дальнейшую итерацию. Окончательно получаем $P_г = 0{,}0077$.

Из данного примера видно, что в области малых потерь нет смысла проводить итерацию и можно считать, что $\Lambda_ф = \Lambda_r$.

ЗАДАЧИ

7.1. Построить двухзвенный коммутационный блок со сжатием: $N=100$, $M=40$, $n_a=10$, $m_a=5$, $n_b=10$ и $m_b=8$. Указать типы использованных МКС.

7.2. Построить вероятностный граф для двухзвенного коммутационного блока (в соответствии с условиями задачи 7.1) в режиме группового искания для направления со значением $q=4$.

7.3. Построить двухзвенный коммутационный блок с расширением: $N=50$, $M=200$, $n_a=10$, $m_a=20$, $n_b=10$ и $m_b=20$. Указать типы использованных МКС.

7.4. Построить вероятностный граф для двухзвенного коммутационного блока (в соответствии с условиями задачи 7.3) в режиме группового искания со значением $q=2$.

7.5. Рассчитать методом Якобеуса число линий двухзвенного неполнодоступного пучка с использованием коммутационного блока (в соответствии с условиями задачи 7.1). Интенсивность нагрузки на один вход $a=0{,}1$ Эрл. Интенсивность нагрузки, поступающей на направление $r(q=4)$, $Y_r=55$ Эрл. Допустимое значение вероятности потерь $P=0{,}002$.

7.6. Решить задачу 7.5 методом эффективной доступности.

7.7. Рассчитать методом Якобеуса число линий двухзвенного неполнодоступного пучка с использованием коммутационного блока (в соответствии с условием задачи 7.3). Интенсивность нагрузки на один вход $a=0{,}65$. Интенсивность нагрузки, поступающей на направление r $(q=2)$, $Y_r=80$ Эрл. Допустимое значение вероятности потерь $P=0{,}005$.

7.8. Решить задачу 7.7 методом эффективной доступности.

7.9. Построить четырехзвенное коммутационное поле с параметрами: $N=2048$, $M=512$, $n_1=16$, $m_1=8$, $n_2=16$, $m_2=8$, $n_3=8$, $m_3=8$, $n_4=8$ и $m_4=8$.

7.10. Построить вероятностный граф для четырехзвенного коммутационного поля (в соответствии с условиями задачи 7.9): а) в режиме линейного искания; б) в режиме группового искания при $q=1$.

7.11. Определить вероятность внутренней блокировки для четырехзвенного коммутационного поля (в соответствии с условиями задачи 7.9), если интенсивность нагрузки на один вход $a=0{,}12$ Эрл.

7.12. Определить допустимую интенсивность нагрузки на пучок из 64 линий, включенных в выходы четырехзвенного коммутационного поля (в соответствии с условиями задачи 7.9), если $a=0{,}12$ и $q=1$. Применить формулу (7.17).

7.13. Решить задачу 7.12 методом эффективной доступности.

7.14. Коммутационное поле квазиэлектронной АТС большой емкости комплектуется из БАЛ, имеющих $N=4096$ и $M=1024$, и БСЛ, имеющих $N=M=1024$. Для концентрации нагрузки на первых двух звеньях БАЛ используются коммутаторы 16×8, на остальных звеньях БАЛ и БСЛ — коммутаторы 8×8. Для внутристанционной связи между БАЛ и БСЛ включен пучок из 32 ШК. Между БАЛ и БСЛ включено по 96 межблочных линий. Интенсивность нагрузки от одной абонентской линии $a=0{,}1$ Эрл. Интенсивность нагрузки, поступающей на один ШК, равна 0,4 Эрл, а на одну межблочную линию — 0,5 Эрл. Определить вероятность потерь при внутристанционной и исходящей связях.

7.15. Определить необходимое число исходящих линий квазиэлектронной АТС (в соответствии с условиями задачи 7.14) для направления r с интенсивностью нагрузки $Y_r=50$ Эрл. Допустимое значение вероятности потерь $P_г=0{,}005$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П1

Значения функции $P_{k \geqslant i}(t) = \sum_{k=i}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$

i	λt									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
1	0952	1813	2592	3297	3935	4512	5034	5507	5934	6321
2	0047	0175	0369	0616	0902	1219	1558	1912	2275	2642
3	0002	0011	0036	0079	0144	0231	0341	0474	0629	0803
4		0001	0003	0008	0018	0034	0058	0091	0135	0190
5				0001	0002	0004	0008	0014	0023	0037

Продолжение табл. П1

i	λt									
	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
1	6671	6988	7275	7534	7769	7981	8173	8347	8504	8647
2	3010	3374	3732	4082	4422	4751	5068	5372	5663	5940
3	0996	1205	1429	1665	1912	2166	2428	2694	2963	3233
4	0257	0338	0431	0537	0656	0788	0932	1087	1253	1429
5	0054	0077	0107	0143	0186	0237	0296	0364	0441	0527
6	0010	0015	0022	0032	0045	0060	0080	0104	0132	0166
7	0001	0003	0004	0006	0009	0013	0019	0026	0034	0045
8			0001	0001	0002	0003	0004	0006	0008	0011

Продолжение табл. П1

i	λt									
	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
1	9179	9502	9698	9817	9889	9933	9959	9975	9985	9991
2	7127	8009	8641	9084	9389	9596	9734	9826	9887	9927
3	4562	5768	6792	7619	8264	8753	9116	9380	9570	9704
4	2424	3528	4634	5665	6577	7350	7983	8488	8882	9182
5	1088	1847	2746	3712	4679	5595	6425	7149	7763	8270
6	0420	0839	1424	2149	2971	3840	4711	5543	6310	6993
7	0142	0335	0653	1107	1689	2378	3140	3937	4735	5503
8	0042	0119	0267	0511	0866	1334	1905	2560	3272	4013
9	0011	0038	0099	0214	0403	0681	1056	1528	2084	2709
10	0003	0011	0033	0081	0171	0318	0538	0839	1226	1695
11	0001	0003	0010	0028	0067	0137	0253	0426	0668	0985
12		0001	0003	0009	0024	0055	0110	0201	0339	0534
13			0001	0003	0008	0020	0045	0088	0160	0270
14				0001	0003	0007	0017	0036	0071	0128
15					0001	0002	0006	0014	0030	0057
16						0001	0002	0005	0012	0024
17							0001	0002	0004	0010

Продолжение табл. П1

i	λt							
	8	9	10	11	12	13	14	15
1	9997	9999	1,0000	0000	0000	0000	0000	0000
2	9970	9988	9995	9998	9999	0000	0000	0000
3	9862	9938	9972	9988	9995	9998	9999	0000
4	9576	9788	9897	9951	9977	9990	9995	9998
5	9004	9450	9707	9849	9924	9963	9982	9991
6	8088	8843	9329	9625	9797	9893	9945	9972
7	6866	7932	8699	9214	9542	9741	9858	9924
8	5470	6761	7798	8568	9105	9460	9684	9820
9	4075	5443	6672	7680	8450	9002	9379	9626
10	2834	4126	5421	6595	7576	8342	8906	9301
11	1841	2940	4170	5401	6528	7483	8243	8815
12	1119	1970	3032	4207	5384	6468	7400	8152
13	0638	1242	2084	3113	4240	5369	6415	7324
14	0342	0739	1355	2187	3185	4270	5356	6368
15	0173	0415	0835	1460	2280	3249	4296	5343
16	0082	0220	0487	0926	1556	2364	3306	4319
17	0037	0111	0270	0559	1013	1645	2441	3359
18	0016	0053	0143	0322	0630	1095	1728	2511
19	0007	0024	0072	0177	0374	0698	1174	1805
20	0003	0011	0035	0093	0213	0427	0765	1248
21	0001	0004	0016	0047	0116	0250	0479	0830
22		0002	0007	0023	0061	0141	0288	0531
23		0001	0003	0010	0030	0076	0167	0327
24			0001	0005	0015	0040	0093	0195
25				0002	0007	0020	0050	0112
26				0001	0003	0010	0026	0062
27					0001	0005	0013	0033
28					0001	0002	0006	0017
29						0001	0003	0009
30							0001	0004
31							0001	0002
32								0001

Продолжение табл. П1

i	λt							
	16	18	20	22	24	26	28	30
3	1,0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000
4	9999	1,0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000
5	9996	9999	1,0000	0000	0000	0000	0000	0000
6	9986	9997	9999	1,0000	0000	0000	0000	0000
7	9960	9990	9997	9999	0000	0000	0000	0000
8	9900	9971	9992	9998	1,0000	0000	0000	0000
9	9780	9929	9979	9994	9998	1,0000	0000	0000
10	9567	9846	9950	9985	9996	9999	1,0000	0000
11	9226	9696	9892	9965	9989	9997	9999	1,0000
12	8730	9451	9786	9924	9975	9992	9998	9999
13	8069	9083	9610	9849	9946	9982	9994	9998
14	7255	8574	9339	9722	9893	9962	9987	9996
15	6325	7919	8951	9523	9802	9924	9973	9991
16	5333	7133	8435	9231	9656	9858	9946	9981
17	4340	6250	7789	8830	9437	9752	9899	9961

Окончание табл. П1

i	λt							
	16	18	20	22	24	26	28	30
18	3407	5314	7030	8310	9129	9589	9821	9927
19	2577	4378	6186	7665	8717	9354	9700	9871
20	1878	3491	5297	6940	8197	9032	9522	9781
21	1318	2693	4409	6131	7574	8613	9273	9647
22	0892	2009	3563	5284	6861	8095	8940	9456
23	0582	1449	2794	4436	6083	7483	8517	9194
24	0367	1011	2125	3626	5272	6791	8002	8854
25	0223	0683	1568	2883	4460	6041	7401	8428
26	0131	0446	1122	2229	3681	5261	6728	7916
27	0075	0282	0779	1676	2962	4481	6003	7327
28	0041	0173	0525	1225	2323	3730	5251	6671
29	0022	0103	0343	0871	1775	3033	4500	5969
30	0011	0059	0218	0602	1321	2407	3774	5243
31	0006	0033	0135	0405	0958	1866	3097	4516
32	0003	0018	0081	0265	0678	1411	2485	3814
33	0001	0010	0047	0169	0467	1042	1949	3155
34	0001	0005	0027	0105	0314	0751	1495	2556
35		0002	0015	0064	0206	0528	1121	2027
36		0001	0008	0038	0132	0363	0822	1574
37		0001	0004	0022	0082	0244	0589	1196
38			0002	0012	0050	0160	0413	0890
39			0001	0007	0030	0103	0283	0648
40			0001	0004	0017	0064	0190	0463

Таблица П2

Значения функции e^{-x}

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}
1	0,36788	11	$0{,}16702\cdot10^{-4}$	30	$0{,}93576\cdot10^{-13}$
2	0,13534	12	$0{,}61442\cdot10^{-5}$	40	$0{,}42483\cdot10^{-17}$
3	$0{,}49787\cdot10^{-1}$	13	$0{,}22603\cdot10^{-5}$	50	$0{,}19287\cdot10^{-21}$
4	$0{,}18316\cdot10^{-1}$	14	$0{,}83153\cdot10^{-6}$	60	$0{,}87565\cdot10^{-26}$
5	$0{,}67379\cdot10^{-2}$	15	$0{,}30590\cdot10^{-6}$	70	$0{,}39754\cdot10^{-30}$
6	$0{,}24788\cdot10^{-2}$	16	$0{,}11254\cdot10^{-6}$	80	$0{,}18049\cdot10^{-34}$
7	$0{,}91188\cdot10^{-3}$	17	$0{,}41399\cdot10^{-7}$	90	$0{,}81940\cdot10^{-39}$
8	$0{,}33546\cdot10^{-3}$	18	$0{,}15230\cdot10^{-7}$	100	$0{,}37201\cdot10^{-43}$
9	$0{,}12341\cdot10^{-3}$	19	$0{,}56028\cdot10^{-8}$	150	$0{,}71571\cdot10^{-65}$
10	$0{,}45400\cdot10^{-4}$	20	$0{,}20612\cdot10^{-8}$	200	$0{,}13839\cdot10^{-86}$

Продолжение табл. П2

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}
0,05	0,9512	0,25	0,7788	0,45	0,6376	0,65	0,5220	0,85	0,4274
0,10	0,9048	0,30	0,7408	0,50	0,6065	0,70	0,4966	0,90	0,4066
0,15	0,8607	0,35	0,7047	0,55	0,5769	0,75	0,4724	0,95	0,3867
0,20	0,8187	0,40	0,6703	0,60	0,5488	0,80	0,4493	1,00	0,3679

Окончание табл. П2

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}
0,01	0,9900	0,03	0,9704	0,05	0,9512	0,07	0,9324	0,09	0,9139
0,02	0,9802	0,04	0,9608	0,06	0,9418	0,08	0,9231	0,10	0,9048

Таблица П3

Интенсивность обслуженной нагрузки в зависимости от емкости полнодоступного пучка и вероятности потерь для простейшего потока вызовов и дисциплины обслуживания с явными потерями

v	$P_в$													
	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,007	0,1	0,015	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,1
1	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,007	0,010	0 015	0,020	0,030	0,040	0,050	0,070	0,100
2	0,046	0,065	0,080	0,933	0,105	0,125	0,151	0,188	0,219	0,273	0,320	0,362	0,438	0,536
3	0,194	0,248	0,288	0,320	0,347	0,394	0,451	0,527	0,590	0,694	0,779	0,854	0,983	1,144
4	0,439	0,534	0,600	0,653	0,698	0,772	0,861	0,977	1,070	1,221	1,343	1,448	1,625	1,841
5	0,761	0,898	0,992	1,065	1,126	1,228	1,347	1,501	1,622	1,819	1,975	2,108	2,328	2,593
6	1,145	1,322	1,442	1,536	1,614	1,741	1,890	2,080	2,230	2,467	2,654	2,812	3,073	3,383
7	1,577	1,794	1,940	2,053	2,147	2,299	2,476	2,700	2,876	3,152	3,369	3,551	3,849	4,200
8	2,049	2,306	2,476	2,608	2,716	2,892	3,096	3,354	3,554	3,867	4,112	4,316	4,649	5,037
9	2,555	2,849	3,043	3,193	3,316	3,515	3,745	4,033	4,258	4,605	4,876	5,102	5,468	5,892
10	3,089	3,420	3,637	3,804	3,941	4,162	4,416	4,735	4,982	5,363	5,660	5,905	6,302	6,759
11	3,647	4,013	4,253	4,437	4,587	4,830	5,108	5,456	5,725	6,137	6,458	6,723	7,149	7,638
12	4,227	4,628	4,889	5,089	5,252	5,515	5,817	6,193	6,483	6,927	7,270	7,553	8,007	8,527
13	4,826	5,259	5,542	5,758	5,934	6,217	6,541	6,944	7,254	7,728	8,093	8,393	8,875	9,423
14	5,441	5,907	6,210	6,441	6,630	6,932	7,278	7,707	8,036	8,539	8,926	9,243	9,751	10,326
15	6,071	6,569	6,892	7,138	7,339	7,660	8,027	8,481	8,830	9,360	9,768	10,101	10,634	11,235
16	6,715	7,244	7,586	7,847	8,059	8,387	8,786	9,265	9,631	10,190	10,617	10,966	11,523	12,150
17	7,371	7,930	8,291	8,566	8,790	9,147	9,555	10,058	10,443	11,027	11,474	11,838	12,418	13,069
18	8,038	8,626	9,007	9,295	9,530	9 905	10,332	10,859	11,261	11,871	12,336	12,716	13,318	13,993
19	8,715	9,333	9,731	10,033	10,279	10,671	11,118	11,667	12,086	12,721	13,205	13,599	14,223	14,921
20	9,402	10,048	10,464	10,779	11,036	11,445	11,910	12,482	12,918	13,577	14,079	14,487	15,132	15,852
21	10,098	10,771	11,205	11,533	11,800	12,226	12,709	13,303	13,755	14,439	14,957	15,379	16,045	16,786
22	10,801	11,502	11,953	12,294	12,572	13,013	13,515	14,130	14,598	15,305	15,840	16,275	16,962	17,723
23	11,513	12,240	12,708	13,062	13,349	13,807	14,326	14,962	15,446	16,175	16,728	17,176	17,881	18,663
24	12,231	12,985	13,469	13,835	14,133	14,606	15,142	15,799	16,298	17,050	17,618	18,079	18,804	19,605
25	12,956	13,736	14,237	14,615	14,922	15,410	15,963	16,641	17,155	17,928	18,513	18,986	19,730	20,550

26	13,687	14,493	15,009	15,399	15,716	16,219	16,789	17,487	18,015	18,810	19,411	19,896	20,658	21,496
27	14,424	15,255	15,787	16,189	16,515	17,033	17,619	18,336	18,880	19,696	20,311	20,808	21,588	22,445
28	15,167	16,022	16,570	16,983	17,319	17,851	18,454	19,190	19,747	20,584	21,215	21,724	22,521	23,395
29	15,914	16,794	17,367	17,782	18,127	18,674	19,292	20,047	20,618	21,476	22,121	22,642	23,456	24,348
30	16,667	17,571	18,149	18,585	18,939	19,500	20,134	20,908	21,493	22,370	23,030	23,562	24,393	25,301
31	17,425	18,352	18,945	19,392	19,754	20,330	20,979	21,772	22,370	23,263	23,941	24,484	25,331	26,257
32	18,186	19,137	19,745	20,203	20,574	21,163	21,828	22,638	23,251	24,167	24,855	25,408	26,272	27,213
33	18,953	19,927	20,549	21,018	21,397	22,000	22,680	23,508	24,133	25,069	25,771	26,335	27,214	28,171
34	19,723	20,719	21,356	21,836	22,224	22,840	23,534	24,380	25,018	25,973	26,688	27,263	29,158	29,130
35	20,497	21,516	22,167	22,657	23,054	23,683	24,392	25,255	25,906	26,879	27,608	28,193	29,103	30,091
36	21,275	22,316	22,981	23,481	23,886	24,528	25,252	26,133	26,796	27,788	28,529	29,124	30,049	31,052
37	22,056	23,120	23,798	24,309	24,722	25,377	26,115	27,012	27,689	28,698	29,453	30,058	30,997	32,015
38	22,841	23,926	24,618	25,139	25,560	26,228	26,980	27,894	28,583	29,610	30,377	30,992	31,947	32,979
39	23,629	24,735	25,441	25,972	26,401	27,082	27,848	28,779	29,479	30,524	31,304	31,929	32,897	33,943
40	24,420	25,548	26,267	26,807	27,245	27,938	28,718	29,665	30,377	31,439	32,232	31,866	33,849	34,909
41	25,214	26,362	27,095	27,645	28,090	28,796	29,589	30,552	31,275	32,357	33,162	33,807	34,804	35,879
42	26,011	27,180	27,926	28,486	28,939	29,656	30,463	31,442	32,177	33,276	34,093	34,747	35,758	36,846
43	26,811	28,001	28,759	29,327	29,790	30,519	31,339	32,334	33,080	34,196	35,025	35,688	36,713	37,814
44	27,613	28,824	29,595	30,173	30,643	31,384	32,217	33,227	33,985	35,118	35,959	36,631	37,669	38,783
45	28,418	29,649	30,433	31,020	31,499	32,251	33,097	34,122	34,892	36,041	36,894	37,575	38,626	39,753
46	29,225	30,477	31,273	31,870	32,356	33,119	33,979	35,019	35,800	36,965	37,830	38,520	39,584	40,723
47	30,035	31,306	32,116	32,722	33,215	33,990	34,862	35,918	36,709	37,891	38,767	39,466	40,542	41,694
48	30,848	32,138	32,960	33,576	34,076	34,862	35,747	36,818	37,620	38,818	39,705	40,412	41,502	42,666
49	31,662	32,972	33,806	34,431	34,939	35,736	35,634	37,719	38,536	39,746	40,644	41,360	42,462	43,638
50	32,479	33,809	34,652	35,289	35,804	36,612	37,522	38,622	39,450	40,676	41,585	42,309	43,423	44,611
51	33,298	34,647	35,503	36,148	36,670	37,489	38,412	39,527	40,365	41,606	42,526	43,259	44,385	45,585
52	34,119	35,487	36,355	37,009	37,536	38,368	39,303	40,432	41,282	42,537	43,468	44,209	45,347	46,559
53	34,942	36,328	37,209	37,872	38,405	39,249	40,195	41,339	42,199	43,470	44,411	45,160	46,310	47,533
54	35,767	37,172	38,064	38,736	39,276	40,131	41,089	42,247	43,118	44,403	45,356	46,113	47,274	48,508
55	36,594	38,017	38,921	39,602	40,219	41,014	41,984	43,156	44,037	45,338	46,300	47,066	48,239	49,484
56	37,422	38,864	39,780	40,469	41,023	41,899	42,881	44,067	44,958	46,273	47,246	48,019	49,204	50,460
57	38,253	39,713	40,640	41,338	41,898	42,785	43,779	44,979	45,880	47,210	48,193	48,974	50,169	51,436
58	39,085	40,563	41,502	42,208	42,775	43,672	44,678	45,891	46,803	48,147	49,140	49,929	51,136	52,413

v	$P_в$													
	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,007	0,01	0,015	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,1
59	39,919	41,415	42,365	43,080	43,653	44,561	45,578	46,805	47,727	49,085	50,088	50,885	52,103	53,390
60	40,754	42,268	43,230	43,953	44,533	45,451	46,479	47,720	48,652	50,024	51,037	51,841	53,070	54,368
61	41,591	43,121	44,096	44,827	45,414	46,342	47,382	48,636	49,577	50,964	51,987	52,798	54,038	55,346
62	42,430	43,977	44,964	45,703	46,296	47,234	48,285	49,552	50,504	51,904	52,937	53,756	55,006	56,325
63	43,270	44,835	45,832	46,580	47,179	48,127	49,190	50,470	51,432	52,845	53,888	54,714	55,975	57,304
64	44,111	45,694	46,702	47,455	48,063	49,022	50,095	51,389	52,360	53,787	54,840	55,673	56,945	58,283
65	44,954	46,555	47,574	48,334	48,949	49,918	51,002	52,309	53,289	54,730	55,792	56,633	57,915	59,263
66	45,799	47,416	48,446	49,215	49,836	50,814	51,910	53,229	54,219	55,674	56,745	57,593	58,885	60,243
67	46,645	48,279	49,320	50,096	50,723	51,712	52,818	54,150	55,150	56,618	57,699	58,554	59,856	61,223
68	47,492	49,144	50,195	50,979	51,612	52,611	53,728	55,073	56,082	57,963	58,653	59,515	60,827	62,204
69	48,340	50,009	51,071	51,862	52,502	53,510	54,638	55,996	57,014	58,508	59,607	60,476	61,798	63,185
70	49,190	50,876	51,948	52,747	53,393	54,411	55,550	56,919	57,947	59,454	60,563	61,439	62,771	64,166
71	50,041	51,743	52,826	53,633	54,285	55,313	56,462	57,844	58,881	60,401	61,519	62,401	63,743	65,147
72	50,893	52,612	53,705	54,520	55,178	56,215	57,375	58,769	59,815	61,348	62,475	63,364	64,716	66,129
73	51,747	53,482	54,586	55,407	56,072	57,118	58,289	59,696	60,751	62,296	63,432	64,328	65,689	67,111
74	52,601	54,353	55,467	56,296	56,967	58,023	59,203	60,622	61,687	63,245	64,389	65,292	66,663	68,094
75	53,457	55,225	56,349	57,186	57,862	58,928	60,119	61,555	62,623	64,194	65,347	66,257	67,636	69,077
76	54,314	56,098	57,232	58,076	58,759	59,834	61,035	62,483	63,560	65,144	66,305	67,222	68,600	70,059
77	55,172	56,972	58,117	58,968	59,656	60,741	61,952	63,412	64,498	66,094	67,264	68,187	69,575	71,043
78	56,031	57,848	59,002	59,860	60,555	61,648	62,870	64,342	65,436	67,045	68,224	69,153	70,550	72,026
79	56,891	58,724	59,888	60,754	61,454	62,556	63,788	65,272	66,376	67,996	69,183	70,119	71,525	73,010
80	57,753	59,601	60,775	61,648	62,354	63,466	64,707	66,204	67,315	68,947	70,144	71,085	72,500	73,994
81	58,612	60,479	61,663	62,543	63,255	64,376	65,627	67,135	68,255	69,900	71,104	72,052	73,476	74,978
82	59,476	61,358	62,551	63,439	64,156	65,286	66,548	68,067	69,196	70,852	72,065	73,020	74,452	75,962
83	60,340	62,237	63,441	64,335	65,059	66,198	67,469	69,000	70,137	71,806	73,027	73,988	75,428	76,947
84	61,205	63,118	64,331	65,233	65,962	67,110	68,391	69,934	71,079	72,759	73,989	74,956	76,404	77,931
85	62,071	64,000	65,222	66,131	66,866	68,022	69,313	70,868	72,022	73,713	74,951	75,924	77,381	78,916

86	62,938	64,882	66,111	67,030	67,770	68,936	70,236	71,803	72,964	74,668	75,914	76,893	78,358	79,902
87	63,806	65,765	67,004	67,929	68,676	69,850	71,160	72,738	73,908	75,623	76,877	77,862	79,336	80,887
88	64,975	66,649	67,897	68,830	69,582	70,765	72,085	73,673	74,852	76,578	77,840	78,831	80,313	81,873
89	65,545	67,534	68,791	69,731	70,489	71,680	73,009	74,610	75,796	77,534	78,804	79,801	81,291	82,858
90	66,415	68,420	69,686	70,633	71,396	72,596	73,935	75,546	76,741	78,490	79,768	80,771	82,269	83,844
91	67,287	69,306	70 582	71,535	72,304	73,513	74,861	76,484	77,686	79,447	80,733	81,742	83,248	84,830
92	68,159	70,193	71,478	72,439	73,213	74,430	75,788	77,422	78,632	80,404	81,698	82,712	84,226	85,417
93	69,032	71,081	72,375	73,342	74,122	75,348	76,715	78,360	79,578	81,361	82,668	83,683	85,205	86,803
94	69,906	71,969	73,273	74,247	75,032	76,267	77,643	79,299	80,525	82,319	83,623	84,655	86,184	87,790
95	70,781	72,859	74,171	75,152	75,943	77,186	78,571	80,238	81,472	83,277	84,594	85,626	87,164	88,777
96	71,656	73,749	75,070	76,058	76,854	78,105	79,500	81,178	82,420	84,236	85,560	86,588	88,143	89,764
97	72,532	74,640	75,970	76,965	77,766	79,025	80,429	82,118	83,368	85,195	86,527	87,560	89,123	90,751
98	73,409	75,531	76,870	77,872	78,678	79,946	81,359	83,058	84,316	86,154	87,494	88,532	90,103	91,738
99	74,287	76,423	77,771	78,779	79,591	80,868	82,290	84,000	85,265	87,114	88,461	89,504	91,083	92,725
100	75,165	77,316	78,673	79,688	80,505	81,789	83,220	84,941	86,214	88,074	89,428	90,477	92,064	93,713

Таблица П4

Интенсивность обслуженной нагрузки в зависимости от емкости полнодоступного пучка, вероятности потерь по вызовам и числа источников для примитивного потока вызовов и дисциплины обслуживания с явными потерями

v	$P_в$													
	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,007	0,010	0,015	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,1
								$N=5$						
1	0,0013	0,0025	0,0037	0,005	0,0062	0,0087	0,0125	0,0187	0,0249	0,0372	0,0495	0,0617	0,0869	0,1219
2	0,0653	0,0928	0,1141	0,132	0,1480	0,1760	0,2111	0,2601	0,3017	0,3719	0,4314	0,4841	0,5755	0 6906
3	0,3217	0,4075	0,4682	0,517	0,558	0,626	0,708	0,814	0,899	1,033	1,141	1,230	1,378	1,552
4	0,8884	1,0557	1,167	1,254	1,325	1,439	1,570	1,733	1,857	2,044	2,186	2,300	2,481	2,681
								$N=10$						
1	0,0011	0,0022	0,0033	0,0044	0,0055	0,0078	0,0111	0,0166	0,0222	0,0332	0,0442	0,0553	0,0772	0,1099
2	0,0537	0,0764	0,0941	0,1091	0,1224	0,1458	0,1757	0,2174	0,2531	0,3141	0,3665	0,4133	0,4958	0,6018
3	0,2394	0,3055	0,3529	0,3912	0,4239	0,4789	0,5456	0,6338	0,7056	0,8220	0,9169	0,9986	1,1366	1,304

v	$P_в$													
	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,007	0,010	0,015	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,1
4	0,5707	0,688	0,7702	0,834	0,888	0,976	1,080	1,214	1,320	1,486	1,618	1,729	1,912	2,128
5	1,042	1,121	1,330	1,420	1,494	1,614	1,753	1,928	2,063	2,273	2,436	2,570	2,787	3,037
6	1,653	1,879	2,028	2,142	2,235	2,384	2,554	2,764	2,925	3,168	3,354	3,506	3,748	4,020
7	2,416	2,695	2,874	3,009	3,119	3,229	3,489	3,728	3,907	4,176	4,378	4,540	4,795	5,078
							$N=15$							
1	0,0011	0,0021	0,0032	0,0043	0,0054	0,0075	0,0107	0,0160	0,0214	0,0321	0,0427	0,0534	0,0746	0,1064
2	0,0507	0,0722	0,0890	0,1033	0,1159	0,1381	0,1665	0,2063	0,2405	0,2990	0,3494	0,3945	0,4745	0,5779
3	0,2217	0,2833	0,3276	0,3635	0,3943	0,4461	0,5092	0,5930	0,6615	0,7732	0,8649	0,9442	1,0789	1,244
4	0,5172	0,6263	0,7017	0,761	0,812	0,894	0,993	1,120	1,221	1,382	1,511	1,620	1,801	2,017
5	0,9227	1,0808	1,187	1,271	1,340	1,452	1,584	1,751	1,882	2,087	2,625	2,382	2,602	2,859
6	1,425	1,6319	1,769	1,874	1,961	2,102	2,264	2,468	2,625	2,868	3,056	3,211	3,463	3,753
7	2,018	2,2703	2,436	2,562	2,666	2,832	3,021	3,257	3,437	3,712	3,923	4,096	4,373	4,688
8	2,695	2,9915	3,183	3,329	3,447	3,636	3,850	4,113	4,313	4,614	4,844	5,030	5,326	5,659
9	3,458	3,7950	4,011	4,173	4,305	4,513	4,748	5,034	5,250	5,572	5,815	6,012	6,321	6,665
10	4,312	4,6848	4,922	6,099	5,242	5,467	5,719	6,023	6,250	6,588	6,840	7,042	7,358	7,707
							$N=20$							
1	0,0011	0,0021	0,0032	0,0042	0,0053	0,0074	0,0105	0,0158	0,0210	0,0315	0,0420	0,0525	0,0734	0,1047
2	0,0493	0,0703	0,0867	0,1006	0,1129	0,1346	0,1624	0,2013	0,2347	0,2920	0,3415	0,3859	0,4646	0,5667
3	0,2138	0,2735	0,3165	0,3513	0,3812	0,4316	0,4931	0,5748	0,6418	0,7513	0,8415	0,9196	1,0528	1,217
4	0,4947	0,5998	0,6727	0,730	0,779	0,859	0,955	1,079	1,179	1,337	1,464	1,572	1,752	1,968
5	0,8749	1,0268	1,130	1,210	1,277	1,387	1,515	1,679	1,808	2,010	2,170	2,304	2,524	2,784
6	1,340	1,5378	1,670	1,772	1,856	1,993	2,152	2,352	2,508	2,749	2,938	3,094	3,349	3,645
7	1,878	2,1209	2,281	2,403	2,504	2,666	2,853	3,086	3,265	3,542	3,755	3,931	4,215	4,541
8	2,484	2,7683	2,954	3,096	3,211	3,397	3,609	3,871	4,073	4,379	4,614	4,807	5,115	5,466
9	3,150	3,4748	3,685	3,844	3,973	4,180	4,415	4,704	4,924	5,256	5,510	5,716	6,045	6,415
10	3,876	4,2374	4,469	4,645	4,787	5,013	5,268	5,579	5,815	6,170	6,439	6,657	7,001	7,387

11	4,659	5,0545	5,307	5,496	5,650	5,892	6,165	6,496	6,746	7,119	7,400	7,626	7,983	8,379
12	5,500	5,9267	6,197	6,399	6,562	6,819	7,107	7,455	7,715	8,102	8,392	8,625	8,989	9,392
13	6,402	6,8559	7,142	7,355	7,526	7,796	8,095	8,456	8,724	9,121	9,417	9,653	10,022	10,426
14	7,369	7,8469	8,146	8,368	8,546	8,825	9,133	9,503	9,776	10,179	10,477	10,714	11,083	11,484
15	8,410	8,9073	9,217	9,446	9,629	9,911	10,228	10,602	10,878	11,281	11,578	11,813	12,176	12,570

$N=30$

1	0,0010	0,0021	0,0031	0,0041	0,0052	0,0072	0,0103	0,0155	0,0207	0,0310	0,0413	0,0516	0,0722	0,1031
2	0,0481	0,0685	0,0845	0,0980	0,1101	0,1313	0,1584	0,1965	0,2292	0,2854	0,3339	0,3776	0,4552	0,5560
3	0,2066	0,2645	0,3062	0,3400	0,3691	0,4181	0,4780	0,5579	0,6235	0,7309	0,8195	0,8966	1,0282	1,191
4	0,4743	0,5758	0,6463	0,702	0,750	0,828	0,921	1,042	1,140	1,295	1,421	1,528	1,707	1,923
5	0,8327	0,9791	1,079	1,157	1,221	1,328	1,453	1,614	1,740	1,940	2,099	2,232	2,453	2,715
6	1,266	1,457	1,584	1,683	1,765	1,899	2,054	2,251	2,405	2,644	2,833	2,990	3,248	3,549
7	1,762	1,996	2,150	2,269	2,367	2,523	2,710	2,940	3,119	3,395	3,610	3,789	4,079	4,414
8	2,313	2,587	2,768	2,906	3,019	3,201	3,411	3,672	3,874	4,183	4,422	4,620	4,938	5,303
9	2,912	3,225	3,429	3,585	3,713	3,917	4,151	4,441	4,663	5,003	5,264	5,478	5,822	6,213
10	3,554	3,904	4,131	4,304	4,445	4,670	4,926	5,241	5,483	5,849	6,130	6,359	6,725	7,139
11	4,235	4,6208	4,869	5,058	5,210	5,454	5,731	6,071	6,330	6,721	7,018	7,261	7,646	8,080
12	4,954	5,3724	5,641	5,844	6,008	6,269	6,565	6,926	7,201	7,613	7,926	8,180	8,583	9,033
13	5,708	6,1568	6,444	6,656	6,835	7,112	7,425	7,806	8,094	8,527	8,853	9,117	9,534	9,998
14	6,495	6,9727	7,277	7,504	7,690	7,982	8,310	8,709	9,010	9,459	9,796	10,069	10,498	10,974
15	7,314	7,8192	8,139	8,379	8,572	8,878	9,220	9,634	9,945	10,409	10,676	11,036	11,475	11,960
16	8,166	8,6957	9,030	9,280	9,481	9,798	10,153	10,581	10,901	11,377	11,732	12,018	12,464	12,956
17	9,051	9,6023	9,950	10,209	10,417	10,744	11,109	11,549	11,876	12,362	12,724	13,014	13,465	13,962
18	9,967	10,539	10,898	11,165	11,379	11,716	12,089	12,538	12,872	13,365	13,732	14,024	14,480	14,978
19	10,918	11,508	11,877	12,150	12,370	12,713	13,094	13,550	13,888	14,387	14,756	15,050	15,506	16,004
20	11,904	12,509	12,886	13,165	13,389	13,738	14,124	14,585	14,926	15,427	15,797	16,091	16,546	17,041

$N=40$

1	0,0010	0,0021	0,0031	0,0041	0,0051	0,0072	0,0103	0,0154	0,0205	0,0307	0,0410	0,0512	0,0717	0,1023
2	0,0475	0,0677	0,0834	0,0968	0,1087	0,1297	0,1565	0,1942	0,2267	0,2822	0,3304	0,3737	0,4506	0,5508
3	0,2032	0,2602	0,3013	0,3347	0,3633	0,4118	0,4709	0,5498	0,6147	0,7211	0,8091	0,8855	1,016	1,179
4	0,4648	0,5647	0,6341	0,6892	0,7357	0,8128	0,9050	1,0249	1,121	1,275	1,400	1,507	1,685	1,901
5	0,8134	0,9572	1,055	1,132	1,196	1,301	1,425	1,583	1,709	1,908	2,066	2,199	2,420	2,263

v	P_B													
	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,007	0,010	0,015	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,1
6	1,233	1,420	1,545	1,643	1,724	1,856	2,009	2,204	2,357	2,597	2,785	2,942	3,201	3,504
7	1,711	1,940	2,092	2,210	2,307	2,464	2,645	2,874	3,052	3,329	3,545	3,724	4,017	4,356
8	2,239	2,508	2,686	2,822	2,934	3,115	3,323	3,584	3,785	4,096	4,337	4,536	4,859	5,231
9	2,810	3,118	3,320	3,474	3,601	3,804	4,037	4,326	4,550	4,892	5,156	5,373	5,723	6,124
10	3,420	3,765	3,990	4,161	4,300	4,525	4,781	5,098	5,341	5,712	5,997	6,231	6,606	7,033
11	4,063	4,444	4,690	4,877	5,030	5,274	5,552	5,894	6,156	6,554	6,858	7,107	7,505	7,954
12	4,738	5,152	5,419	5,621	5,786	6,048	6,346	6,713	6,992	7,414	7,736	7,999	8,417	8,887
13	5,442	5,888	6,174	6,391	6,567	6,846	7,163	7,552	7,847	8,292	8,630	8,905	9,431	9,829
14	6,172	6,648	6,953	7,183	7,370	7,666	8,000	8,409	8,718	9,184	9,537	9,823	10,276	10,780
15	6,928	7,432	7,755	7,997	8,193	8,505	8,855	9,283	9,606	10,091	10,457	10,753	11,220	11,740
16	7,707	8,239	8,577	8,832	9,037	9,363	9,728	10,173	10,509	11,011	11,389	11,694	12,174	12,706
17	8,510	9,067	9,421	9,686	9,900	10,238	10,618	11,079	11,426	11,943	12,332	12,645	13,136	13,680
18	9,335	9,915	10,283	10,559	10,781	11,131	11,524	11,999	12,356	12,887	13,285	13,606	14,107	14,659
19	10,181	10,784	11,165	11,450	11,679	12,041	12,445	12,933	13,300	13,843	14,249	14,575	15,085	15,645
20	11,048	11,672	12,065	12,359	12,595	12,966	13,381	13,881	14,255	14,809	15,223	15,554	16,071	16,637
21	11,937	12,580	12,984	13,286	13,528	13,908	14,332	14,843	15,223	15,787	16,206	16,542	17,064	17,635
22	12,846	13,507	13,922	14,230	14,478	14,866	15,298	15,817	16,204	16,775	17,199	17,538	18,064	18,639
23	13,777	14,453	14,877	15,192	15,444	15,840	16,279	16,806	17,197	17,774	18,202	18,543	19,072	19,648
24	14,729	15,420	15,852	16,172	16,429	16,830	17,275	17,808	18,203	18,784	19,214	19,557	20,087	20,663
25	15,703	16,407	16,845	17,170	17,430	17,837	18,286	18,823	19,221	19,806	20,237	20,580	21,110	21,685
26	16,700	17,414	17,859	18,188	18,450	18,860	19,314	19,854	20,253	20,838	21,270	21,612	22,141	22,713
27	17,720	18,444	18,893	19,225	19,489	19,902	20,358	20,899	21,299	21,884	22,313	22,654	23,180	23,748
	$N=50$													
1	0,0010	0,0020	0,0031	0,0041	0,0051	0,0071	0,0102	0,0153	0,0204	0,0306	0,0409	0,0510	0,0713	0,1018
2	0,0471	0,0672	0,0828	0,0961	0,1079	0,1287	0,1554	0,1928	0,2250	0,2803	0,3282	0,3713	0,4480	0,5477
3	0,2012	0,2577	0,2984	0,3316	0,3600	0,4080	0,4668	0,5451	0,6996	0,7154	0,8030	0,8791	1,010	1,172
4	0,4594	0,5582	0,6270	0,6816	0,7277	0,8042	0,8957	1,015	1,110	1,264	1,388	1,495	1,673	1,889
5	0,8023	0,9447	1,042	1,118	1,181	1,285	1,408	1,566	1,691	1,889	2,047	2,180	2,401	2,664

6	1,214	1,399	1,523	1,620	1,700	1,831	1,984	2,178	2,330	2,569	2,757	2,915	3,174	3,479
7	1,682	1,909	2,059	2,176	2,272	2,428	2,609	2,837	3,015	3,291	3,507	3,687	3,981	4,323
8	2,197	2,464	2,640	2,776	2,887	3,067	3,274	3,534	3,735	4,046	4,288	4,489	4,814	5,189
9	2,754	3,059	3,259	3,412	3,538	3,740	3,973	4,262	4,486	4,830	5,095	5,314	5,668	6,074
10	3,346	3,688	3,911	4,081	4,221	4,444	4,700	5,018	5,262	5,636	5,923	6,160	6,540	6,973
11	3,969	4,347	4,592	4,779	4,931	5,175	5,453	5,797	6,060	6,462	6,770	7,022	7,426	7,884
12	4,622	5,033	5,299	5,501	5,665	5,928	6,227	6,596	6,878	7,305	7,632	7,899	8,325	8,806
13	5,300	5,743	6,029	6,246	6,422	6,703	7,022	7,414	7,712	8,164	8,509	8,789	9,238	9,738
14	6,002	6,476	6,781	7,012	7,199	7,497	7,834	8,248	8,562	9,037	9,398	9,691	10,156	10,677
15	6,726	7,230	7,553	7,796	7,994	8,308	8,663	9,097	9,427	9,923	10,282	10,603	11,085	11,623
16	7,471	8,003	8,343	8,599	8,807	9,136	9,507	9,961	10,304	10,820	11,209	11,525	12,022	12,576
17	8,235	8,794	9,150	9,418	9,635	9,979	10,366	10,837	11,193	11,727	12,129	12,455	12,967	13,535
18	9,018	9,602	9,974	10,253	10,479	10,836	11,238	11,726	12,094	12,645	13,059	13,393	13,918	14,499
19	9,819	10,427	10,814	11,103	11,337	11,707	12,122	12,626	13,005	13,572	13,997	14,339	14,876	15,469
20	10,636	11,268	11,668	11,967	12,209	12,591	13,019	13,537	13,927	14,507	14,942	15,292	15,840	16,443
21	11,470	12,123	12,537	12,846	13,095	13,487	13,927	14,459	14,858	15,452	15,896	16,252	16,809	17,421
22	12,320	12,994	13,419	13,737	13,993	14,396	14,847	15,391	15,799	16,404	16,856	17,219	17,784	18,404
23	13,186	13,879	14,315	14,641	14,904	15,316	15,777	16,332	16,748	17,365	17,824	18,192	18,764	19,391
24	14,067	14,778	15,225	15,559	15,827	16,248	16,718	17,284	17,707	18,333	18,798	19,170	19,750	20,381
25	14,963	15,690	16,148	16,488	16,762	17,192	17,670	18,245	18,674	19,308	19,779	20,155	20,740	21,377
26	15,874	16,617	17,084	17,430	17,709	18,146	18,632	19,216	19,650	20,291	20,767	21,146	21,735	22,375
27	16,800	17,558	18,033	18,385	18,668	19,112	19,605	20,195	20,634	21,282	21,761	22,143	22,735	23,378
28	17,741	18,512	18,995	19,353	19,639	20,089	20,587	21,184	21,627	22,279	22,762	23,146	23,740	24,384
29	18,697	19,480	19,970	20,332	20,623	21,077	21,580	22,182	22,628	23,285	23,769	24,154	24,750	25,395

$N=70$

1	0,0010	0,0020	0,0030	0,0041	0,0051	0,0071	0,0101	0,1521	0,0203	0,0304	0,0406	0,0507	0,0709	0,1013
2	0,0467	0,0666	0,0821	0,0953	0,1071	0,1277	0,1541	0,1913	0,2232	0,2782	0,3258	0,3687	0,4449	0,5443
3	0,1990	0,2549	0,2953	0,3281	0,3563	0,4039	0,4621	0,5399	0,6039	0,7091	0,7961	0,8719	1,002	1,163
4	0,4533	0,5510	0,6191	0,6731	0,7188	0,7946	0,8853	1,004	1,099	1,251	1,375	1,481	1,659	1,875
5	0,790	0,931	1,027	1,102	1,165	1,268	1,390	1,547	1,671	1,868	2,025	2,159	2,379	2,643
6	1,193	1,376	1,499	1,499	1,595	1,804	1,856	2,149	2,301	2,539	2,727	2,884	3,144	3,450
7	1,650	1,874	2,023	2,139	2,234	2,389	2,569	2,796	2,973	3,249	3,466	3,646	3,942	4,286
8	2,152	2,416	2,590	2,725	2,835	3,014	3,220	3,479	3,681	3,990	4,235	4,437	4,764	5,144

Продолжение табл. П4

v	$P_в$													
	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,007	0,010	0,015	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,1
9	2,693	2,995	3,193	3,345	3,470	3,672	3,903	4,193	4,417	4,762	5,029	5,250	5,608	6,019
10	3,266	3,605	3,827	3,996	4,135	4,358	4,613	4,932	5,177	5,553	5,843	6,086	6,468	6,908
11	3,869	4,244	4,487	4,673	4,825	5,068	5,347	5,692	5,957	6,363	6,674	6,931	7,342	7,809
12	4,498	4,907	5,171	5,373	5,537	5,800	6,100	6,471	6,756	7,189	7,521	7,793	8,228	8,720
13	5,151	5,592	5,877	6,093	6,269	6,551	6,872	7,267	7,570	8,029	8,380	8,667	9,124	9,640
14	5,824	6,296	6,601	6,832	7,020	7,319	7,660	8,078	8,398	8,882	9,250	9,551	10,030	10,567
15	6,517	7,020	7,343	7,587	7,786	8,103	8,462	8,903	9,239	9,746	10,131	10,445	10,943	11,501
16	7,228	7,760	8,101	8,359	8,568	8,901	9,278	9,740	10,091	10,620	11,022	11,348	11,864	12,441
17	7,956	8,515	8,874	9,144	9,364	9,712	10,106	10,588	10,954	11,504	11,920	12,258	12,792	13,386
18	8,699	9,285	9,660	9,943	10,172	10,535	10,946	11,447	11,826	12,396	12,827	13,176	13,725	14,336
19	9,456	10,069	10,460	10,754	10,992	11,370	11,796	12,315	12,708	13,297	13,740	14,099	14,664	15,290
20	10,228	10,865	11,272	11,577	11,824	12,215	12,656	13,193	13,598	14,204	14,661	15,029	15,608	16,249
21	11,012	11,674	12,095	12,411	12,666	13,071	13,526	14,079	14,495	15,119	15,587	15,965	16,557	17,211
22	11,809	12,494	12,929	13,255	13,519	13,936	14,404	14,972	15,400	16,040	16,519	16,905	17,510	18,176
23	12,618	13,325	13,773	14,109	14,381	14,809	15,291	15,874	16,313	16,967	17,457	17,851	18,467	19,145
24	13,439	14,167	14,628	14,973	15,252	15,692	16,185	16,783	17,231	17,900	18,399	18,801	19,429	20,116
25	14,270	15,018	15,492	15,847	16,132	16,583	17,088	17,699	18,157	18,838	19,347	19,756	20,393	21,091
26	15,112	15,880	16,366	16,729	17,021	17,482	17,998	18,621	19,088	19,782	20,300	20,715	21,361	22,068
27	15,965	16,751	17,248	17,619	17,918	18,389	18,915	19,550	20,025	20,731	21,257	21,678	22,333	23,048
28	16,828	17,632	18,139	18,518	18,823	19,303	19,839	20,485	20,968	21,685	22,218	22,645	23,308	24,030
29	17,700	18,521	19,039	19,425	19,736	20,224	20,770	21,426	21,917	22,643	23,183	23,615	24,286	25,015
30	18,582	19,420	19,947	20,340	20,656	21,153	21,707	22,373	22,871	23,606	24,153	24,589	25,266	26,002
	$N=100$													
1	0,0010	0,0020	0,0030	0,0040	0,0051	0,0071	0,0101	0,0152	0,0202	0,0303	0,0404	0,0505	0,0707	0,1009
2	0,0464	0,0662	0,0816	0,0947	0,1064	0,1269	0,1532	0,1901	0,2220	0,2767	0,3241	0,3667	0,4427	0,541
3	0,1973	0,2529	0,2929	0,3255	0,3535	0,4008	0,4587	0,5360	0,5997	0,7044	0,7910	0,8666	0,9961	1,157
4	0,4488	0,5458	0,6133	0,6670	0,7123	0,7876	0,8778	0,9953	1,090	1,242	1,365	1,471	1,649	1,864
5	0,7812	0,9206	1,016	1,090	1,153	1,256	1,377	1,533	1,657	1,853	2,010	2,143	2,364	2,628

6	1,178	1,359	1,482	1,577	1,656	1,785	1,935	2,128	2,279	2,516	2,704	2,862	3,122	3,429
7	1,627	1,850	1,998	2,112	2,207	2,361	2,540	2,766	2,943	3,219	3,436	3,617	3,913	4,259
8	2,120	2,382	2,555	2,688	2,798	2,976	3,182	3,440	3,641	3,953	4,197	4,399	4,729	5,111
9	2,649	2,949	3,146	3,297	3,422	3,622	3,854	4,143	4,367	4,713	4,981	5,204	5,564	5,979
10	3,210	3,547	3,767	3,935	4,074	4,296	4,551	4,870	5,116	5,493	5,786	6,027	6,416	6,862
11	3,799	4,171	4,413	4,598	4,750	4,993	5,271	5,618	5,884	6,292	6,606	6,865	7,281	7,756
12	4,412	4,818	5,082	5,282	5,447	5,710	6,011	6,383	6,669	7,106	7,441	7,717	8,158	8,659
13	5,047	5,485	5,770	5,986	6,162	6,445	6,767	7,164	7,469	7,933	8,289	8,580	9,045	9,571
14	5,701	6,171	6,476	6,707	6,895	7,195	7,538	7,960	8,283	8,773	9,147	9,453	9,941	10,491
15	6,373	6,874	7,198	7,443	7,642	7,961	8,322	8,768	9,108	9,623	10,015	10,335	10,844	11,416
16	7,061	7,592	7,934	8,193	8,404	8,739	9,120	9,587	9,943	10,482	10,892	11,225	11,755	12,347
17	7,765	8,325	8,685	8,956	9,177	9,529	9,928	10,417	10,789	11,350	11,776	12,123	12,671	13,284
18	8,482	9,070	9,447	9,732	9,963	10,330	10,746	11,256	11,623	12,226	12,668	13,027	13,593	14,225
19	9,212	9,827	10,221	10,518	10,759	11,142	11,575	12,104	12,505	13,109	13,566	13,937	14,521	15,170
20	9,955	10,596	11,006	11,314	11,565	11,962	12,412	12,960	13,375	13,999	14,470	14,852	15,453	16,118
21	10,709	11,375	11,800	12,121	12,380	12,792	13,257	13,823	14,252	14,895	15,380	15,772	16,389	17,070
22	11,473	12,164	12,605	12,936	13,205	13,630	14,110	14,694	15,135	15,797	16,295	16,697	17,329	18,026
23	12,248	12,962	13,418	13,760	14,037	14,476	14,970	15,571	16,025	16,704	17,215	17,627	18,272	18,984
24	13,032	13,795	14,239	14,592	14,877	15,329	15,837	16,454	16,920	17,616	18,138	18,560	19,219	19,944
25	13,825	14,585	15,069	15,432	15,725	16,189	16,710	17,344	17,821	18,533	19,067	19,497	20,170	20,908
26	14,627	15,409	15,906	16,278	16,580	17,055	17,590	18,239	18,726	19,454	20,000	20,438	21,123	21,873
27	15,438	16,241	16,750	17,132	17,441	17,928	18,475	19,139	19,637	20,380	20,936	21,382	22,079	22,841
28	16,256	17,080	17,602	17,993	18,309	18,807	19,366	20,044	20,552	21,310	21,876	22,330	23,038	23,811
29	17,083	17,926	18,460	18,860	19,183	19,692	20,263	20,954	21,472	22,243	22,819	23,280	23,999	24,783
30	17,916	18,779	19,325	19,733	20,063	20,582	21,165	21,868	22,396	23,180	23,765	24,234	24,963	25,756

$N=300$

1	0,0010	0,0020	0,0030	0,0040	0,0050	0,0070	0,0100	0,0151	0,0201	0,0301	0,0401	0,0502	0,0702	0,1003
2	0,0460	0,0655	0,0808	0,0938	0,1054	0,1257	0,1518	0,1884	0,2200	0,2743	0,3213	0,3638	0,4393	0,5378
3	0,1949	0,2497	0,2894	0,3216	0,3493	0,3961	0,4535	0,5301	0,5933	0,6972	0,7833	0,8584	0,9874	1,148
4	0,4421	0,5378	0,6046	0,6576	0,7025	0,7770	0,8663	0,9829	1,077	1,228	1,351	1,456	1,633	1,849
5	0,7679	0,9054	0,9994	1,073	1,135	1,237	1,357	1,512	1,637	1,830	1,986	2,119	2,340	2,604

Окончание табл. П4

n	P_B													
	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,007	0,010	0,015	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,1
6	1,156	1,335	1,455	1,549	1,627	1,755	1,905	2,096	2,246	2,483	2,671	2,829	3,090	3,398
7	1,593	1,813	1,959	2,072	2,166	2,319	2,497	2,722	2,898	3,174	3,391	3,572	3,870	4,219
8	2,072	2,330	2,502	2,634	2,743	2,919	3,124	3,382	3,583	3,895	4,139	4,343	4,675	5,061
9	2,585	2,881	3,077	3,227	3,350	3,550	3,780	4,069	4,293	4,640	4,911	5,135	5,500	5,920
10	3,128	3,461	3,679	3,846	3,984	4,205	4,460	4,779	5,026	5,406	5,700	5,944	6,339	6,793
11	3,696	4,064	4,305	4,589	4,640	4,882	5,161	5,508	5,776	6,188	6,506	6,769	7,192	7,676
12	4,286	4,689	4,951	5,151	5,315	5,578	5,879	6,250	6,543	6,984	7,325	7,606	8,056	8,569
13	4,896	5,332	5,615	5,831	6,007	6,290	6,613	7,015	7,323	7,794	8,156	8,453	8,930	9,471
14	5,524	5,991	6,295	6,526	6,714	7,016	7,361	7,788	8,115	8,614	8,997	9,310	9,812	10,379
15	6,167	6,666	6,989	7,235	7,435	7,756	8,121	8,573	8,918	9,444	9,847	10,176	10,701	11,293
16	6,824	7,354	7,697	7,957	8,168	8,507	8,892	9,368	9,731	10,283	10,705	11,049	11,597	12,213
17	7,495	8,055	8,416	8,689	8,913	9,268	9,673	10,172	10,553	11,130	11,570	11,929	12,499	13,138
18	8,178	8,766	9,146	9,433	9,667	10,040	10,463	10,985	11,382	11,984	12,442	12,815	13,406	14,067
19	8,871	9,488	9,885	10,186	10,430	10,820	11,262	11,805	12,219	12,844	13,319	13,706	14,317	14,999
20	9,575	10,022	10,634	10,947	11,202	11,608	12,068	12,633	13,062	13,710	14,202	14,602	15,233	15,936
21	10,288	10,956	11,391	11,717	11,982	12,404	12,881	13,467	13,911	14,582	15,090	15,503	16,153	16,875
22	11,010	11,708	12,156	12,495	12,769	13,206	13,701	14,307	14,766	15,459	15,983	16,408	17,077	17,818
23	11,741	12,465	12,929	13,279	13,564	14,015	14,527	15,152	15,627	16,341	16,880	17,316	18,003	18,763
24	12,479	13,228	13,708	14,070	14,364	14,831	15,358	16,003	16,492	17,226	17,781	18,229	18,993	19,710
25	13,224	13,998	14,494	14,867	15,170	15,651	16,195	16,859	17,361	18,116	18,685	19,145	19,866	20,660
26	13,876	14,775	15,286	15,670	15,983	16,478	17,037	17,719	18,235	19,010	19,593	20,064	20,801	21,612
27	14,735	15,557	16,083	16,479	16,800	17,309	17,883	18,584	19,113	19,907	20,504	20,985	21,739	22,566
28	15,500	16,346	16,886	17,293	17,623	18,145	18,734	19,453	19,995	20,808	21,418	21,910	22,679	23,552
29	16,270	17,139	17,694	18,112	18,450	18,985	19,590	20,325	20,880	21,711	22,335	22,837	23,621	24,480
30	17,046	17,938	18,507	18,935	19,282	19,830	20,449	21,201	21,769	22,618	23,254	23,767	24,566	25,439

Таблица П5

Вероятность потерь вызовов в зависимости от емкости пучка, числа источников и интенсивности свободного источника
(поток вызовов — примитивный, потери сообщения — явные)

v	α			
	0,05	0,10	0,15	0,20
		$N=10$		
1	0,3104	0,4737	0,5745	0,6429
2	$0,5844\cdot10^{-1}$	0,1593	0,2563	0,3396
3	$0,6772\cdot10^{-2}$	$0,3584\cdot10^{-1}$	$0,1823\cdot10^{-1}$	0,1368
4	$0,5076\cdot10^{-3}$	$0,5347\cdot10^{-2}$	$0,4086\cdot10^{-2}$	$0,3945\cdot10^{-1}$
		$N=20$		
1	0,4872	0,6552	0,7403	0,7917
2	0,1798	0,3709	0,4998	0,5876
3	$0,4848\cdot10^{-1}$	0,1737	0,2982	0,3997
4	$0,9602\cdot10^{-2}$	$0,6496\cdot10^{-1}$	0,1518	0,2423
5	$0,1438\cdot10^{-2}$	$0,1912\cdot10^{-1}$	$0,6393\cdot10^{-1}$	0,1269
6	$0,1677\cdot10^{-3}$	$0,4441\cdot10^{-2}$	$0,2189\cdot10^{-1}$	$0,5591\cdot10^{-1}$
		$N=30$		
1	0,5918	0,7436	0,8131	0,8530
2	0,2929	0,5101	0,6307	0,7049
3	0,1165	0,3146	0,4599	0,5592
4	$0,3647\cdot10^{-1}$	0,1698	0,3096	0,4210
5	$0,9036\cdot10^{-2}$	$0,7824\cdot10^{-1}$	0,1884	0,2963
6	$0,1804\cdot10^{-2}$	$0,3035\cdot10^{-1}$	0,1016	0,1916
7	$0,2963\cdot10^{-3}$	$0,9874\cdot10^{-2}$	$0,4768\cdot10^{-1}$	0,1118
8	$0,4073\cdot10^{-4}$	$0,2708\cdot10^{-2}$	$0,1929\cdot10^{-1}$	$0,5794\cdot10^{-1}$
9	$0,4752\cdot10^{-5}$	$0,6314\cdot10^{-3}$	$0,6706\cdot10^{-2}$	$0,2633\cdot10^{-1}$
		$N=50$		
1	0,7102	0,8305	0,8802	0,9074
2	0,4601	0,6659	0,7601	0,8133
3	0,2649	0,5106	0,6411	0,7182
4	0,1322	0,3700	0,5251	0,6229
5	$0,5615\cdot10^{-1}$	0,2498	0,4148	0,5286
6	$0,2017\cdot10^{-1}$	0,1548	0,3133	0,4367
7	$0,6158\cdot10^{-2}$	$0,8685\cdot10^{-1}$	0,2240	0,3492
8	$0,1614\cdot10^{-2}$	$0,4361\cdot10^{-1}$	0,1500	0,2683
9	$0,3675\cdot10^{-3}$	$0,1948\cdot10^{-1}$	$0,9294\cdot10^{-1}$	0,1964
10	$0,7349\cdot10^{-4}$	$0,7731\cdot10^{-2}$	$0,5282\cdot10^{-1}$	0,1358
11	$0,1303\cdot10^{-4}$	$0,2734\cdot10^{-2}$	$0,2732\cdot10^{-1}$	$0,8784\cdot10^{-2}$
12	$0,2063\cdot10^{-5}$	$0,8650\cdot10^{-3}$	$0,1281\cdot10^{-1}$	$0,5270\cdot10^{-1}$
13	$0,2935\cdot10^{-6}$	$0,2461\cdot10^{-3}$	$0,5440\cdot10^{-2}$	$0,2912\cdot10^{-1}$
14	$0,3774\cdot10^{-7}$	$0,6328\cdot10^{-4}$	$0,2094\cdot10^{-2}$	$0,1476\cdot10^{-1}$
15	$0,4403\cdot10^{-8}$	$0,1477\cdot10^{-4}$	$0,7324\cdot10^{-3}$	$0,6840\cdot10^{-2}$
		$N=100$		
1	0,8320	0,9083	0,9369	0,9519
2	0,6709	0,8165	0,8732	0,9032
3	0,5203	0,7253	0,8090	0,8538
4	0,3844	0,6351	0,7444	0,8039
5	0,2675	0,5468	0,6797	0,7534
6	0,1732	0,4614	0,6150	0,7024
7	0,1032	0,3801	0,5507	0,6511
8	$0,5602\cdot10^{-1}$	0,3041	0,4872	0,5996
9	$0,2754\cdot10^{-1}$	0,2352	0,4249	0,5480
10	$0,1224\cdot10^{-1}$	0,1747	0,3645	0,4966
11	$0,4928\cdot10^{-2}$	0,1238	0,3067	0,4456
12	$0,1804\cdot10^{-2}$	$0,8324\cdot10^{-1}$	0,2523	0,3952
13	$0,6032\cdot10^{-3}$	$0,5277\cdot10^{-1}$	0,2021	0,3450
14	$0,1852\cdot10^{-3}$	$0,3140\cdot10^{-1}$	0,1570	0,2983
15	$0,5248\cdot10^{-4}$	$0,1748\cdot10^{-1}$	0,1177	0,2526

Таблица П6

Интенсивность обслуженной нагрузки в зависимости от емкости полнодоступного пучка и вероятности ожидания для простейшего потока, показательного времени обслуживания и дисциплины обслуживания с ожиданием

v	$P(>0)$													
	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,007	0,01	0,015	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,1
1	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,007	0,010	0,015	0,020	0,030	0,040	0,050	0,070	0,100
2	0,045	0,064	0,079	0,091	0,102	0,122	0,146	0,181	0,210	0,260	0,304	0,342	0,411	0,500
3	0,189	0,241	0,278	0,308	0,334	0,377	0,429	0,498	0,554	0,646	0,722	0,788	0,900	1,040
4	0,426	0,514	0,575	0,624	0,664	0,731	0,810	0,912	0,994	1,125	1,229	1,319	1,469	1,653
5	0,734	0,860	0,944	1,010	1,065	1,154	1,259	1,392	1,498	1,663	1,794	1,905	2,090	2,313
6	1,099	1,261	1,368	1,450	1,519	1,630	1,759	1,921	2,047	2,245	2,400	2,531	2,748	3,007
7	1,510	1,705	1,834	1,933	2,014	2,146	2,297	2,486	2,633	2,860	3,039	3,188	3,434	3,725
8	1,957	2,186	2,336	2,450	2,543	2,693	2,866	3,080	3,246	3,502	3,702	3,869	4,141	4,463
9	2,436	2,697	2,866	2,994	3,100	3,268	3,460	3,699	3,883	4,166	4,386	4,569	4,867	5,218
10	2,942	3,232	3,420	3,563	3,679	3,864	4,077	4,339	4,540	4,848	5,087	5,285	5,608	5,986
11	3,470	3,790	3,996	4,152	4,278	4,481	4,711	4,996	5,213	5,546	5,803	6,015	6,362	6,766
12	4,018	4,366	4,589	4,758	4,896	5,114	5,362	5,668	5,901	6,257	6,531	6,758	7,126	7,555
13	4,584	4,959	5,200	5,381	5,528	5,762	6,027	6,353	6,601	6,980	7,271	7,512	7,900	8,353
14	5,166	5,567	5,824	6,018	6,174	6,423	6,705	7,050	7,313	7,713	8,020	8,274	8,683	9,158
15	5,761	6,189	6,462	6,667	6,833	7,096	7,394	7,758	8,035	8,456	8,779	9,044	9,473	9,971
16	6,370	6,823	7,111	7,327	7,502	7,780	8,093	8,475	8,766	9,208	9,545	9,823	10,271	10,789
17	6,991	7,467	7,771	7,998	8,182	8,473	8,801	9,201	9,505	9,967	10,319	10,608	11,074	11,614
18	7,622	8,122	8,440	8,678	8,870	9,175	9,517	9,935	10,253	10,732	11,098	11,399	11,883	12,443
19	8,263	8,786	9,118	9,367	9,568	9,885	10,242	10,677	11,007	11,505	11,884	12,196	12,698	13,277
20	8,913	9,459	9,805	10,064	10,272	10,602	10,973	11,426	11,767	12,283	12,676	12,999	13,518	14,116
21	9,572	10,140	10,499	10,768	10,985	11,327	11,711	12,180	12,533	13,066	13,473	13,806	14,341	14,959
22	10,239	10,828	11,201	11,479	11,703	12,058	12,455	12,939	13,305	13,855	14,274	14,618	15,170	15,805
23	10,913	11,523	11,909	12,196	12,429	12,795	13,206	13,705	14,081	14,649	15,080	15,434	16,002	16,655
24	11,593	12,225	12,623	12,920	13,160	13,537	13,961	14,475	14,863	15,447	15,891	16,254	16,837	17,508
25	12,281	12,932	13,343	13,649	13,896	14,286	14,722	15,250	15,649	16,249	16,705	17,078	17,676	18,364

26	12,974	13,645	14,068	14,384	14,638	15,039	15,486	16,029	16,439	17,055	17,523	17,905	18,518	19,223
27	13,673	14,364	14,799	15,123	15,385	15,796	16,256	16,813	17,233	17,865	18,344	18,736	19,364	20,084
28	14,378	15,088	15,535	15,869	16,137	16,558	17,030	17,601	18,031	18,678	19,169	19,570	20,212	20,949
29	15,088	15,817	16,275	16,618	16,892	17,324	17,807	18,392	18,833	19,494	19,996	20,406	21,063	21,815
30	15,802	16,550	17,021	17,371	17,652	18,094	18,589	19,187	19,638	20,314	20,827	21,246	21,916	22,684
31	16,522	17,228	17,770	18,128	18,415	18,868	19,374	19,985	20,446	21,137	21,660	22,088	22,772	23,555
32	17,245	18,029	18,523	18,889	19,183	19,645	20,162	20,787	21,257	21,962	22,497	22,933	23,630	24,428
33	17,973	18,776	19,279	19,653	19,954	20,426	20,954	21,592	22,071	22,791	23,335	23,780	24,490	25,301
34	18,705	19,526	20,039	20,421	20,728	21,210	21,749	22,399	22,888	23,622	24,177	24,629	25,353	26,178
35	19,441	20,279	20,803	21,193	21,506	21,998	22,547	23,210	23,708	24,455	25,020	25,481	26,217	27,057
36	20,181	21,035	21,570	21,968	22,287	22,788	23,347	24,023	24,530	25,291	25,866	26,335	27,084	27,938
37	20,925	21,795	22,341	22,745	23,071	23,581	24,151	24,838	25,355	26,129	26,714	27,190	27,952	28,820
38	21,672	22,559	23,114	23,526	23,857	24,377	24,957	25,657	26,182	26,969	27,563	28,048	28,822	29,704
39	22,422	23,325	23,890	24,310	24,647	25,176	25,766	26,477	27,011	27,711	28,415	28,908	29,691	30,589
40	23,175	24,094	24,669	25,096	25,439	25,977	26,577	27,300	27,843	28,655	29,269	29,769	30,565	31,476
41	23,931	24,866	25,451	25,885	26,234	26,781	27,390	28,125	28,676	29,501	30,125	30,632	31,440	32,365
42	24,690	25,641	26,236	26,677	27,031	27,587	28,206	28,952	29,512	30,349	30,982	31,497	32,316	33,254
43	25,451	26,418	27,023	27,471	27,831	28,395	29,024	29,781	30,350	31,199	31,841	32,363	33,194	34,145
44	26,216	27,198	27,812	28,268	28,633	29,206	29,844	30,613	31,189	32,051	32,702	33,231	34,074	35,037
45	26,983	27,981	28,604	29,066	29,437	30,018	30,666	31,446	32,030	32,904	33,564	34,098	34,954	35,931
46	27,753	28,766	29,398	29,867	30,244	30,833	31,490	32,281	32,873	33,759	34,428	34,969	35,837	36,825
47	28,525	29,553	30,195	30,670	31,052	31,650	32,316	33,117	33,718	34,616	35,293	35,841	36,720	37,721
48	29,300	30,342	30,993	31,476	31,863	32,469	33,143	33,956	34,564	35,474	36,160	36,715	37,605	38,618
49	30,077	31,134	31,794	32,283	32,675	33,289	33,973	34,796	35,412	36,333	37,028	37,590	38,490	39,516
50	30,856	31,928	32,596	33,092	33,489	34,112	34,804	35,638	36,262	37,194	37,895	38,466	39,377	40,415
51	31,637	32,723	33,401	33,903	34,306	34,936	35,637	36,481	37,113	38,056	38,765	39,344	40,265	41,315
52	32,421	33,521	34,208	34,716	35,124	35,762	36,472	37,326	37,965	38,920	39,637	40,223	41,155	42,216
53	33,206	34,321	35,016	35,531	35,943	36,589	37,308	38,172	38,819	39,785	40,511	41,103	42,045	43,117
54	33,994	35,122	35,826	36,347	36,765	37,418	38,146	39,020	39,674	40,651	41,385	41,984	42,936	44,020
55	34,783	35,926	36,638	37,165	37,588	38,249	38,985	39,869	40,531	41,516	42,261	42,866	43,828	44,924
56	35,575	36,731	37,451	37,985	38,412	38,081	39,825	40,720	41,389	42,385	43,137	43,749	44,722	45,829
57	36,368	37,538	38,267	38,806	39,239	39,915	40,667	41,571	42,248	43,255	44,015	44,633	45,616	46,734
58	37,163	38,346	39,083	39,629	40,066	40,750	41,511	42,425	43,108	44,126	44,894	45,518	46,511	47,640
59	37,960	39,156	39,902	40,454	40,895	41,587	42,356	43,279	43,970	44,998	45,774	46,404	47,407	48,547
60	38,758	39,968	40,722	41,279	41,726	42,425	43,202	44,135	44,833	45,871	46,655	47,291	48,304	49,455

Таблица П7

Трехшаговые схемы неэквивалентных цилиндров

Число групп g	Параметры схемы (i, j)	Число связей первой нагрузочной группы с группой										Рекомендуемая последовательность схем
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
4	(1, 2)	2	2									(1, 2)
5	(1, 1)	2	1									(1, 1) (1, 2)
	(1, 2)	1	2									
6	(1, 1)	2	1	0								(1, 2) (1, 1) (1, 2)
	(1, 2)	1	1	2								(1, 2) (1, 1) (2, 2)
	(2, 2)	0	3	0								(1, 2) (1, 2) (1, 1)
												(1, 2)
7	(1, 2)	1	1	1								(1, 2)
8	(1, 2)	1	1	1	0							(1, 2) (1, 3) (1, 2)
	(1, 3)	1	0	1	2							(2, 2) (1, 2) (1, 3)
	(2, 2)	0	2	0	2							(1, 2)
9	(1, 2)	1	1	1	0							(1, 2) (1, 4) (2, 3)
	(1, 3)	1	0	1	1							(1, 2)
	(1, 4)	1	0	0	2							
	(2, 3)	0	1	1	1							
10	(1, 2)	1	1	1	0	0						(1, 2) (1, 4) (1, 3)
	(1, 3)	1	0	1	1	0						(2, 2) (2, 3) (1, 3)
	(1, 4)	1	0	0	1	2						
	(2, 2)	0	2	0	1	0						
	(2, 3)	0	1	1	0	2						
11	(1, 2)	1	1	1	0	0						(1, 2) (1, 4) (2, 3)
	(1, 3)	1	0	1	1	0						(1, 3) (2, 4)
	(1, 4)	1	0	0	1	1						
	(2, 3)	0	1	1	0	1						
	(2, 4)	0	1	0	1	1						
12	(1, 2)	1	1	1	0	0	0					(1, 2) (1, 4) (2, 4)
	(1, 3)	1	0	1	1	0	0					(2, 3) (1, 3) (1, 5)
	(1, 4)	1	0	0	1	1	0					(2, 3) (1, 3) (2, 4)
	(1, 5)	1	0	0	0	1	2					(2, 3) (1, 4)
	(2, 3)	0	1	1	0	1	0					
	(2, 4)	0	1	0	1	0	2					
	(3, 4)	0	0	1	1	1	0					
13	(1, 2)	1	1	1	0	0	0					(1, 3) (2, 5)
	(1, 3)	1	0	1	1	0	0					
	(1, 4)	1	0	0	1	1	0					
	(1, 5)	1	0	0	0	1	1					

Число групп g	Параметры схемы (i, j)	Число связей первой нагрузочной группы с группой										Рекомендуемая последовательность схем
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
13	(2, 3)	0	1	1	0	1	0					
	(2, 4)	0	1	0	1	0	1					
	(2, 5)	0	1	0	0	1	1					
	(3, 4)	0	0	1	1	0	1					
14	(1, 2)	1	1	1	0	0	0	0				(1, 3) (2, 5) (2, 4)
	(1, 3)	1	0	1	1	0	0	0				(1, 5) (3, 5) (1, 2)
	(1, 4)	1	0	0	1	1	0	0				(3, 4) (1, 4) (2, 4)
	(1, 5)	1	0	0	0	1	1	0				(2, 3) (1, 6)
	(1, 6)	1	0	0	0	0	1	2				
	(2, 3)	0	1	1	0	1	0	0				
	(2, 4)	0	1	0	1	0	1	0				
	(2, 5)	0	1	0	0	1	0	2				
	(3, 4)	0	0	1	1	0	0	2				
	(3, 5)	0	0	1	0	1	1	0				
15	(1, 2)	1	1	1	0	0	0	0				(1, 3) (2, 5) (2, 4)
	(1, 3)	1	0	1	1	0	0	0				(1, 5) (3, 5) (1, 3)
	(1, 4)	1	0	0	1	1	0	0				(2, 6)
	(1, 5)	1	0	0	0	1	1	0				
	(1, 6)	1	0	0	0	0	1	1				
	(2, 3)	0	1	1	0	1	0	0				
	(2, 4)	0	1	0	1	0	1	0				
	(2, 5)	0	1	0	0	1	0	1				
	(2, 6)	0	1	0	0	0	1	1				
	(3, 4)	0	0	1	1	0	0	1				
	(3, 5)	0	0	1	0	1	0	1				
	(4, 5)	0	0	0	1	1	1	0				
16	(1, 2)	1	1	1	0	0	0	0	0			(1, 3) (2, 5)
	(1, 3)	1	0	1	1	0	0	0	0			(2, 6) (1, 5)
	(1, 4)	1	0	0	1	1	0	0	0			(3, 4)
	(1, 5)	1	0	0	0	1	1	0	0			
	(1, 6)	1	0	0	0	0	1	1	0			
	(1, 7)	1	0	0	0	0	0	1	2			
	(2, 3)	0	1	1	0	1	0	0	0			
	(2, 4)	0	1	0	1	0	1	0	0			
	(2, 5)	0	1	0	0	1	0	1	0			
	(2, 6)	0	1	0	0	0	1	0	2			
	(3, 4)	0	0	1	1	0	0	1	0			
	(3, 5)	0	0	1	0	1	0	0	2			
	(3, 6)	0	0	1	0	0	1	1	0			
	(4, 5)	0	0	0	1	1	0	1	0			
17	(1, 2)	1	1	1	0	0	0	0	0			(1, 3) (2, 5) (2, 6) (1, 5)
	(1, 3)	1	0	1	1	0	0	0	0			(3, 4) (1, 7) (2, 4) (3, 5)
	(1, 4)	1	0	0	1	1	0	0	0			
	(1, 5)	1	0	0	0	1	1	0	0			
	(1, 6)	1	0	0	0	0	1	1	0			
	(1, 7)	1	0	0	0	0	0	1	1			
	(2, 3)	0	1	1	0	1	0	0	0			
	(2, 4)	0	1	0	1	0	1	0	0			

Число групп g	Параметры схемы (i, j)	Число связей первой нагрузочной группы с группой										Рекомендуемая последовательность схем
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
17	(2, 5)	0	1	0	0	1	0	1	0			(1, 3) (2, 5) (2, 6) (1, 5) (3, 4) (1, 7) (2, 4) (3, 5)
	(2, 6)	0	1	0	0	0	1	0	1			
	(2, 7)	0	1	0	0	0	0	1	1			
	(3, 4)	0	0	1	1	0	0	1	0			
	(3, 5)	0	0	1	0	1	0	0	1			
	(3, 6)	0	0	1	0	0	1	0	1			
	(4, 5)	0	0	0	1	1	0	0	1			
	(4, 6)	0	0	0	1	0	1	1	0			
18	(1, 2)	1	1	1	0	0	0	0	0	0		(1, 3) (2, 5) (3, 6) (1, 7) (2, 4) (3, 5) (1, 4) (2, 6) (2, 7) (1, 5) (3, 4) (4, 6) (2, 3) (1, 7)
	(1, 3)	1	0	1	1	0	0	0	0	0		
	(1, 4)	1	0	0	1	1	0	0	0	0		
	(1, 5)	1	0	0	0	1	1	0	0	0		
	(1, 6)	1	0	0	0	0	1	1	0	0		
	(1, 7)	1	0	0	0	0	0	1	1	0		
	(1, 8)	1	0	0	0	0	0	0	1	2		
	(2, 3)	0	1	1	0	1	0	0	0	0		
	(2, 4)	0	1	0	1	0	1	0	0	0		
	(2, 5)	0	1	0	0	1	0	1	0	0		
	(2, 6)	0	1	0	0	0	1	0	1	0		
	(2, 7)	0	1	0	0	0	0	1	0	2		
	(3, 4)	0	0	1	1	0	0	1	0	0		
	(3, 5)	0	0	1	0	1	0	0	1	0		
	(3, 6)	0	0	1	0	0	1	0	0	2		
	(3, 7)	0	0	1	0	0	0	1	1	0		
	(4, 5)	0	0	0	1	1	0	0	0	2		
	(4, 6)	0	0	0	1	0	1	0	1	0		
	(5, 6)	0	0	0	0	1	1	1	0	0		
19	(1, 2)	1	1	1	0	0	0	0	0	0		1. (1, 3) (2, 7) (5, 6) 2. (1, 4) (2, 6) (3, 7) 3. (1, 5) (2, 8) (3, 4) 4. (1, 7) (2, 3) (4, 6)
	(1, 3)	1	0	1	1	0	0	0	0	0		
	(1, 4)	1	0	0	1	1	0	0	0	0		
	(1, 5)	1	0	0	0	1	1	0	0	0		
	(1, 6)	1	0	0	0	0	1	1	0	0		
	(1, 7)	1	0	0	0	0	0	1	1	0		
	(1, 8)	1	0	0	0	0	0	0	1	1		
	(2, 3)	0	1	1	0	1	0	0	0	0		
	(2, 4)	0	1	0	1	0	1	0	0	0		
	(2, 5)	0	1	0	0	1	0	1	0	0		
	(2, 6)	0	1	0	0	0	1	0	1	0		
	(2, 7)	0	1	0	0	0	0	1	0	1		
	(2, 8)	0	1	0	0	0	0	0	1	1		
	(3, 4)	0	0	1	1	0	0	1	0	0		
	(3, 5)	0	0	1	0	1	0	0	1	0		
	(3, 6)	0	0	1	0	0	1	0	0	1		
	(3, 7)	0	0	1	0	0	0	1	0	1		
	(4, 5)	0	0	0	1	1	0	0	0	1		
	(4, 6)	0	0	0	1	0	1	0	0	1		
	(4, 7)	0	0	0	1	0	0	1	1	0		
	(5, 6)	0	0	0	0	1	1	0	1	0		

Число групп g	Параметры схемы (i, j)	Число связей первой нагрузочной группы с группой										Рекомендуемая последовательность схем
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
	(1, 2)	1	1	1	0	0		0	0	0	0	
	(1, 3)	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	
	(1, 4)	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	
	(1, 5)	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	
	(1, 6)	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	(1, 4) (2, 6) (3, 7) (5, 6)
	(1, 7)	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	(1, 3) (2, 7) (3, 5) (1, 7)
	(1, 8)	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	(2, 4) (1, 9) (2, 3) (4, 7)
	(1, 9)	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	(2, 6)
	(2, 3)	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	
	(2, 4)	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	
	(2, 5)	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	
20	(2, 6)	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	
	(2, 7)	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	
	(2, 8)	0	1	0	0	0	0	0	1	0	2	
	(3, 4)	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	
	(3, 5)	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	
	(3, 6)	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	
	(3, 7)	0	0	1	0	0	0	1	0	0	2	
	(3, 8)	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	
	(4, 5)	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	
	(4, 6)	0	0	0	1	0	1	0	0	0	2	
	(4, 7)	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	
	(5, 6)	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	
	(5, 7)	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	

Таблица П8

Четырехшаговые схемы неэквивалентных цилиндров

Число групп g	Параметры схемы (i, j, k)	Число связей первой нагрузочной группы с группой										Рекомендуемая последовательность схем
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
5	(1, 1, 2)	3	3									(1, 1, 2)
6	(1, 1, 1)	3	2	2								(1, 1, 1) (1, 1, 2)
	(1, 1, 2)	2	3	2								(1, 2, 1) (1, 1, 1)
	(1, 2, 1)	2	2	4								(1, 1, 2)
7	(1, 1, 2)	2	2	2								(1, 1, 2)
8	(1, 1, 2)	2	2	1	2							(1, 1, 2) (1, 1, 3)
	(1, 1, 3)	2	1	2	2							(1, 2, 2) (1, 1, 2)
	(1, 2, 2)	1	2	2	2							(1, 2, 3) (1, 1, 3)
	(1, 2, 3)	1	2	3	0							(1, 1, 2)

Число групп g	Параметры схемы (i, j, k)	Число связей первой нагрузочной группы с группой										Рекомендуемая последовательность схем
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
9	(1, 1, 2)	2	2	1	1							1. (1, 1, 2) (1, 3, 2)
	(1, 1, 3)	2	1	1	2							2. (1, 1, 3) (1, 2, 4)
	(1, 2, 1)	2	1	2	1							3. (1, 2, 1) (1, 2, 2)
	(1, 2, 2)	1	2	1	2							
	(1, 2, 4)	1	2	2	1							
	(1, 3, 2)	1	1	2	2							
10	(1, 1, 2)	2	2	1	1	0						1. (1, 1, 2) (1, 2, 3)
	(1, 1, 3)	2	1	1	1	2						(1, 3, 2)
	(1, 2, 1)	2	1	2	1	0						2. (1, 1, 3) (1, 2, 4)
	(1, 2, 2)	1	2	1	1	2						(1, 2, 2)
	(1, 2, 3)	1	1	2	1	2						3. (1, 2, 2) (1, 2, 1)
	(1, 2, 4)	1	1	2	2	0						(1, 3, 2)
	(1, 3, 2)	1	1	1	2	2						
11	(1, 1, 3)	2	1	1	1	1						(1, 1, 3) (1, 2, 2)
	(1, 2, 2)	1	2	1	1	1						(1, 2, 4) (1, 2, 5)
	(1, 2, 4)	1	1	1	2	1						(1, 3, 2)
	(1, 2, 5)	1	1	2	1	1						
	(1, 3, 2)	1	1	1	1	2						
12	(1, 1, 3)	2	1	1	1	1	0					(1, 2, 4) (1, 1, 3)
	(1, 2, 2)	1	2	1	1	1	0					(1, 2, 4) (1, 2, 2)
	(1, 2, 4)	1	1	1	1	1	2					(1, 2, 4) (1, 2, 5)
	(1, 2, 5)	1	1	1	1	2	0					(1, 2, 4) (1, 3, 5)
	(1, 3, 5)	1	0	2	2	1	0					(1, 2, 4) (1, 2, 2)
												(1, 2, 4)
13	(1, 3, 2)	1	1	1	1	1	1					(1, 3, 2)
14	(1, 2, 4)	1	1	1	1	0	1	2				(1, 3, 2) (2, 4, 3)
	(1, 2, 5)	1	1	1	0	1	1	2				(1, 3, 2) (1, 4, 3)
	(1, 2, 7)	1	1	1	1	1	0	2				(1, 3, 2) (1, 4, 2)
	(1, 3, 2)	1	1	1	1	1	1	0				(1, 3, 2) (1, 2, 5)
	(1, 4, 2)	1	1	0	1	1	1	2				(1, 3, 2) (1, 2, 4)
	(1, 4, 3)	1	0	1	1	1	1	2				(1, 3, 2) (1, 2, 7)
	(2, 4, 3)	0	1	1	1	1	1	2				(1, 3, 2)
15	(1, 2, 4)	1	1	1	1	0	1	1				(2, 3, 4) (1, 3, 5)
	(1, 2, 7)	1	1	1	0	1	1	1				(1, 4, 2) (1, 2, 7)
	(1, 2, 8)	1	1	1	1	1	0	1				(1, 2, 4) (1, 2, 8)
	(1, 3, 2)	1	1	1	1	1	1	0				(1, 3, 2)
	(1, 3, 5)	1	0	1	1	1	1	1				
	(1, 4, 2)	1	1	0	1	1	1	1				
	(2, 3, 4)	0	1	1	1	1	1	1				

Число групп g	Параметры схемы (i, j, k)	Число связей первой нагрузочной группы с группой										Рекомендуемая последовательность схем
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
16	(1, 2, 4)	1	1	1	1	0	1	1	0			1. (1, 2, 4) (1, 2, 8)
	(1, 2, 5)	1	1	1	0	1	0	1	2			(1, 4, 2) (1, 3, 5)
	(1, 2, 6)	1	1	1	0	0	1	1	2			(2, 3, 7)
	(1, 2, 8)	1	1	1	0	1	1	0	2			2. (1, 3, 2) (1, 2, 6)
	(1, 2, 9)	1	1	1	1	1	0	1	0			(1, 4, 2) (1, 3, 5)
	(1, 3, 2)	1	1	1	1	1	1	0	0			(2, 3, 7)
	(1, 3, 5)	1	0	1	1	1	0	1	2			3. (1, 3, 2) (1, 5, 2)
	(1, 3, 7)	1	0	1	1	1	1	1	0			(1, 2, 4) (1, 3, 5)
	(1, 4, 2)	1	1	0	1	1	1	1	0			(2, 3, 7)
	(1, 5, 2)	1	1	0	0	1	1	1	2			4. (1, 3, 2) (2, 5, 3)
	(1, 5, 3)	1	0	1	0	1	1	1	2			(1, 2, 4) (1, 3, 5)
	(2, 3, 7)	0	1	1	1	1	1	1	0			(1, 4, 2)
	(2, 5, 3)	0	1	1	0	1	1	1	2			
17	(1, 2, 4)	1	1	1	1	0	1	1	0			
	(1, 2, 5)	1	1	1	0	1	0	1	1			
	(1, 2, 8)	1	1	1	0	0	1	1	1			1. (1, 2, 4) (1, 2, 5)
	(1, 2, 9)	1	1	1	0	1	1	0	1			(1, 3, 8,) (2, 5, 4)
	(1, 2, 10)	1	1	1	1	1	0	1	0			2. (1, 3, 2) (1, 2, 8)
	(1, 3, 2)	1	1	1	1	1	1	0	0			(1, 5, 4,) (2, 3, 4)
	(1, 3, 6)	1	0	1	1	0	1	1	1			3. (1, 4, 2) (1, 3, 6)
	(1, 3, 8)	1	0	1	1	1	1	0	1			(2, 3, 8) (1, 2, 8)
	(1, 4, 2)	1	1	0	1	1	1	1	0			
	(1, 4, 3)	1	0	1	1	1	0	1	1			
	(1, 5, 2)	1	1	0	0	1	1	1	1			
	(1, 5, 4)	1	0	0	1	1	1	1	1			
	(2, 3, 4)	0	1	1	1	1	0	1	1			
	(2, 3, 8)	0	1	1	1	1	1	0	1			
	(2, 4, 3)	0	1	1	1	0	1	1	1			
	(2, 5, 4)	0	1	0	1	1	1	1	1			
18	(1, 2, 4)	1	1	1	1	0	1	1	0	0		(2, 3, 7) (1, 4, 4)
	(1, 2, 5)	1	1	1	0	1	0	1	1	0		(1, 2, 4) (1, 5, 2)
	(1, 2, 6)	1	1	1	0	0	1	0	1	2		(1, 2, 7) (3, 4, 6)
	(1, 2, 7)	1	1	1	0	0	0	1	1	2		(1, 3, 2) (2, 4, 3)
	(1, 2, 9)	1	1	1	0	0	1	1	0	2		(1, 2, 5) (1, 5, 4)
	(1, 2,10)	1	1	1	0	1	1	0	1	0		
	(1, 2,11)	1	1	1	1	1	0	1	0	0		
	(1, 3, 2)	1	1	1	1	1	1	0	0	0		
	(1, 3, 5)	1	0	1	1	1	0	0	1	2		
	(1, 3, 6)	1	0	1	1	0	1	0	1	2		
	(1, 3, 8)	1	0	1	1	0	1	1	1	0		
	(1, 3, 9)	1	0	1	1	1	1	0	0	2		
	(1, 4, 2)	1	1	0	1	1	1	1	0	0		
	(1, 4, 3)	1	0	1	1	1	0	1	1	0		
	(1, 4, 4)	1	0	0	2	1	0	0	1	2		
	(1, 4, 6)	1	0	0	1	1	1	1	1	0		
	(1, 5, 2)	1	1	0	0	1	1	1	1	0		
	(1, 5, 3)	1	0	1	0	1	1	0	1	2		
	(1, 5, 4)	1	0	0	1	1	1	0	1	2		

Число групп g	Параметры схемы (i, j, k)	Число связей первой нагрузочной группы с группой										Рекомендуемая последовательность схем
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
18	(1, 6, 2)	1	1	0	0	0	1	1	1	2		(2, 3, 7) (1, 4, 4)
	(1, 6, 3)	1	0	1	0	0	1	1	1	2		(1, 2, 4) (1, 5, 2)
	(2, 3, 4)	0	1	1	1	1	0	1	0	2		(1, 2, 7) (3, 4, 6)
	(2, 3, 6)	0	1	1	0	1	1	1	0	2		(1, 3, 2) (2, 4, 3)
	(2, 3, 7)	0	1	1	0	1	1	1	1	0		(1, 2, 5) (1, 5, 4)
	(2, 3, 9)	0	1	1	1	1	1	0	0	2		
	(2, 4, 3)	0	1	1	1	0	1	1	0	2		
	(2, 4, 5)	0	1	0	1	1	1	1	0	2		
	(3, 4, 5)	0	0	1	1	1	1	1	0	2		
	(3, 4, 6)	0	0	1	1	1	1	1	1	0		
	(3, 5, 4)	0	0	1	1	1	1	0	1	2		
	(3, 6, 2)	6	1	1	0	0	1	1	1	2		
19	(1, 2, 4)	1	1	1	1	0	1	1	0	0		1. (1, 2, 4) (1, 4, 6)
	(1, 2, 5)	1	1	1	0	1	0	1	1	0		(2, 5, 3)
	(1, 2, 6)	1	1	1	0	0	1	0	1	1		2. (1, 3, 2) (1, 6, 2)
	(1, 2, 9)	1	1	1	0	0	0	1	1	1		(3, 5, 4)
	(1, 2,10)	1	1	1	0	0	1	1	0	1		3. (1, 2, 5) (1, 3, 9)
	(1, 2,11)	1	1	1	0	1	1	0	1	0		(2, 4, 5)
	(1, 2,12)	1	1	1	1	1	0	1	0	0		4. (1, 3, 7) (1, 4, 2)
	(1, 3, 2)	1	1	1	1	1	1	0	0	0		(2, 3, 6)
	(1, 3, 5)	1	0	1	1	1	0	0	1	1		5. (1, 2, 6) (2, 3, 4)
	(1, 3, 7)	1	0	1	1	0	0	1	1	1		(1, 4, 8)
	(1, 3, 9)	1	0	1	1	0	1	1	0	1		
	(1, 3,10)	1	0	1	1	1	1	0	0	1		
	(1, 4, 2)	1	1	0	1	1	1	1	0	0		
	(1, 4, 3)	1	0	1	1	1	0	1	1	0		
	(1, 4, 6)	1	0	0	1	1	1	0	1	1		
	(1, 4, 8)	1	0	0	1	1	1	1	1	0		
	(1, 5, 2)	1	1	0	0	1	1	1	1	0		
	(1, 5, 3)	1	0	1	0	1	1	0	1	1		
	(1, 6, 2)	1	1	0	0	0	1	1	1	1		
	(1, 6, 4)	1	0	0	1	0	1	1	1	1		
	(2, 3, 4)	0	1	1	1	1	0	1	0	1		
	(2, 3, 6)	0	1	1	0	1	1	0	1	1		
	(2, 3,10)	0	1	1	1	1	1	0	0	1		
	(2, 4, 3)	0	1	1	1	0	1	1	0	1		
	(2, 4, 5)	0	1	0	1	1	1	0	1	1		
	(2, 4, 8)	0	1	0	1	1	1	1	1	0		
	(2, 5, 3)	0	1	1	0	1	0	1	1	1		
	(2, 5, 4)	0	1	0	1	1	0	1	1	1		
	(2, 6, 4)	0	1	0	1	0	1	1	1	1		
	(3, 5, 4)	0	0	1	1	1	0	1	1	1		
20	(1, 2, 4)	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	(2, 6, 5) (1, 3, 2)
	(1, 2, 5)	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	(1, 7, 2) (3, 4, 5)
	(1, 2, 6)	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	(1, 3, 6) (1, 2, 4)
	(1, 2, 7)	1	1	1	0	0	0	1	0	1	2	(1, 4, 8) (2, 3, 9)
	(1, 2, 8)	1	1	1	0	0	0	0	1	1	2	(1, 3, 6) (1, 5, 2)
	(1, 2,10)	1	1	1	0	0	0	1	1	0	2	(2, 3, 4)

Число групп g	Параметры схемы (i, j, k)	Число связей первой нагрузочной группы с группой										Рекомендуемая последовательность схем
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
	(1, 2,11)	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	(2, 6, 5) (1, 3, 2)
	(1, 2,12)	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	(1, 7, 2) (3, 4, 5)
	(1, 2,13)	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	(1, 3, 6) (1, 2, 4)
	(1, 3, 2)	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	(1, 4, 8) (2, 3, 9)
	(1, 3, 5)	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	(1, 3, 6) (1, 5, 2)
	(1, 3, 6)	1	0	1	1	0	1	0	0	1	2	(2, 3, 4)
	(1, 3, 7)	1	0	1	1	0	0	1	0	1	2	
	(1, 3, 9)	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	
	(1, 3,10)	1	0	1	1	0	1	1	0	0	2	
	(1, 3,11)	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	
	(1, 4, 2)	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	
	(1, 4, 3)	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	
	(1, 4, 6)	1	0	0	1	1	1	0	0	1	2	
	(1, 4, 7)	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	
	(1, 4, 8)	1	0	0	1	1	0	1	2	0	0	
	(1, 4, 9)	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	
	(1, 5, 2)	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	
	(1, 5, 3)	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	
	(1, 6, 2)	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	
	(1, 6, 3)	1	0	1	0	0	1	1	0	1	2	
	(1, 6, 4)	1	0	0	1	0	1	1	0	1	2	
	(1, 6, 5)	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	
	(1, 7, 2)	1	1	0	0	0	0	1	1	1	2	
20	(1, 7, 3)	1	0	1	0	0	0	1	1	1	2	
	(2, 3, 4)	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	
	(2, 3, 8)	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	
	(2, 3, 9)	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	
	(2, 3,11)	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	
	(2, 4, 3)	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	
	(2, 4, 9)	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	
	(2, 5, 3)	0	1	1	0	1	0	1	1	0	2	
	(2, 6, 5)	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	
	(2, 7, 3)	0	1	1	0	0	0	1	1	1	2	
	(3, 4, 5)	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	
	(3, 6, 4)	0	0	1	1	0	1	1	0	1	2	

Таблица П9

Пропускная способность идеально-симметричных НВ (поток вызовов — простейший, потери сообщения — явные)

v	$P_в$													
	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,007	0,01	0,015	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,1
								$D=10$						
11	3,56	3,93	4,17	4,35	4,50	4,74	5,02	5,37	5,64	6,05	6,37	6,64	7,07	7,56
12	4,04	4,44	4,70	4,90	5,06	5,33	5,63	6,00	6,29	6,74	7,08	7,37	7,83	8,35
13	4,52	4,95	5,24	5,45	5,63	5,91	6,24	6,64	6,95	7,43	7,80	8,10	8,59	9,15
14	5,00	5,47	5,77	6,00	6,19	6,50	6,85	7,28	7,61	8,12	8,51	8,83	9,35	9,94
15	5,48	5,99	6,31	6,56	6,76	7,09	7,46	7,92	8,27	8,81	9,22	9,56	10,11	10,73
16	5,97	6,51	6,85	7,12	7,33	7,68	8,07	8,56	8,93	9,50	9,94	10,30	10,87	11,53
17	6,46	7,03	7,40	7,68	7,90	8,27	8,68	9,20	9,59	10,19	10,65	11,03	11,63	12,32
18	6,95	7,55	7,94	8,24	8,48	8,86	9,30	9,84	10,26	10,89	11,37	11,77	12,40	13,11
19	7,44	8,08	8,49	8,80	9,05	9,46	9,92	10,48	10,92	11,58	12,09	12,50	13,16	13,91
20	7,93	8,60	9,03	9,36	9,63	10,05	10,53	11,13	11,58	12,27	12,80	13,23	13,92	14,70
30	12,89	13,90	14,55	15,03	15,42	16,05	16,75	17,61	18,26	19,25	19,99	20,60	21,56	22,63
40	17,87	19,24	20,10	20,74	21,26	22,08	23,01	24,13	24,98	26,25	27,20	27,98	29,21	30,57
50	22,87	24,59	25,67	26,47	27,12	28,14	29,28	30,66	31,70	33,26	34,43	35,37	36,86	38,52
70	32,88	35,31	36,88	37,95	38,86	40,28	41,86	43,76	45,10	47,31	48,89	50,17	52,18	54,40
100	47,91	51,41	53,59	55,20	56,49	58,51	60,75	63,44	65,44	68,40	70,61	72,39	75,16	78,23
200	98,03	105,1	109,5	112,8	115,3	119,4	123,8	129,1	133,1	138,8	143,1	146,5	151,8	157,7
								$D=20$						
21	10,05	10,73	11,16	11,49	11,75	12,18	12,66	13,26	13,71	14,39	14,91	15,33	16,00	16,74
22	10,70	11,40	11,86	12,20	12,47	12,92	13,42	14,03	14,50	15,21	15,75	16,18	16,87	17,63
23	11,36	12,09	12,55	12,91	13,20	13,65	14,17	14,81	15,29	16,03	16,58	17,03	17,74	18,52
24	12,02	12,77	13,25	13,62	13,92	14,39	14,93	15,59	16,09	16,84	17,41	17,88	18,61	19,41
25	12,68	13,46	13,96	14,34	14,64	15,13	15,69	16,37	16,88	17,66	18,25	18,73	19,48	20,31
26	13,34	14,14	14,66	15,05	15,37	15,88	16,45	17,15	17,68	18,48	19,09	19,57	20,34	21,20
27	14,00	14,83	15,37	15,77	16,10	16,62	17,21	17,93	18,48	19,30	19,92	20,42	21,21	22,09
28	14,67	15,53	16,08	16,49	16,83	17,37	17,97	18,71	19,28	20,12	20,76	21,27	22,08	22,98
29	15,34	16,22	16,79	17,22	17,56	18,11	18,74	19,50	20,08	20,94	21,60	22,13	22,95	23,87
30	16,01	16,92	17,50	17,94	18,30	18,86	19,50	20,28	20,88	21,77	22,43	22,98	23,82	24,76

v	$P_в$													
	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,007	0,010	0,015	0,02	0,03	0,04	0,05	0,07	0,1
40	22,79	23,95	24,69	25,24	25,69	26,40	27,21	28,18	28,92	30,02	30,84	31,50	32,54	33,66
50	29,66	31,07	31,96	32,63	33,17	34,02	34,98	36,14	37,01	38,31	39,28	40,05	41,26	42,57
60	36,60	38,25	39,29	40,06	40,69	41,68	42,79	44,13	45,13	46,62	47,73	48,62	50,00	51,48
70	43,57	45,46	46,65	47,53	48,25	49,37	50,63	52,14	53,27	54,95	56,20	57,20	58,74	60,40
100	64,62	67,22	68,85	70,06	71,02	72,54	74,24	76,27	77,78	80,01	81,65	82,96	84,98	87,15
200	135,2	140,2	143,3	145,6	147,4	150,2	153,4	157,0	159,8	163,8	166,7	169,0	172,5	176,3
$D=40$														
41	25,19	26,34	27,07	27,62	28,07	28,77	29,56	30,53	31,25	32,33	33,14	33,78	34,78	35,85
42	25,96	27,13	27,88	28,43	28,89	29,61	30,41	31,39	32,13	33,23	34,04	34,70	35,71	36,80
43	26,74	27,93	28,68	29,25	29,71	30,44	31,26	32,26	33,01	34,12	34,95	35,61	35,64	37,74
44	27,51	28,72	29,49	30,07	30,53	31,28	32,11	33,13	33,89	35,02	35,86	36,53	37,57	38,68
45	28,29	29,52	30,30	30,89	31,37	32,12	32,97	33,99	34,76	35,91	36,77	37,45	38,50	39,63
46	29,06	30,31	31,11	31,71	32,19	32,96	33,82	34,86	35,64	36,81	37,67	38,36	39,43	40,57
47	29,84	31,11	31,92	32,53	33,02	33,80	34,67	35,73	36,52	37,70	38,58	39,28	40,36	41,52
48	30,62	31,91	32,73	33,35	33,85	34,64	35,52	36,60	37,40	38,60	39,49	40,20	41,29	42,46
49	31,40	32,71	33,55	34,17	34,68	35,48	36,38	37,47	38,28	39,50	40,40	41,12	42,22	43,40
50	32,18	33,52	34,36	35,00	35,51	36,32	37,23	38,34	39,17	40,40	41,31	42,03	43,15	44,35
60	40,07	41,59	42,56	43,28	43,86	44,79	45,82	47,07	48,01	49,39	50,41	51,23	52,47	53,79
70	48,04	49,74	50,82	51,63	52,28	53,31	54,46	55,85	56,89	58,42	59,54	60,43	61,80	63,24
80	56,08	57,96	59,15	60,03	60,75	61,88	63,14	64,67	65,80	67,46	68,69	69,66	71,13	72,69
90	64,37	66,22	67,51	68,48	69,26	70,49	71,86	73,50	74,73	76,53	77,85	78,89	80,47	82,13
100	72,31	74,52	75,91	76,96	77,80	79,12	80,59	82,37	83,68	85,61	87,02	88,13	89,82	91,59
200	154,8	158,6	160,9	162,7	164,1	166,3	168,7	171,6	173,7	176,8	179,0	180,7	183,4	186,1

Таблица П10

Коэффициент α для расчета неполнодоступных включений по методу БПВ

D	P									
	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,007	0,01	0,015	0,02	0,03
1	1000	500	333	250	200	142,9	100	66,7	50	33,3
2	31,6	22,4	18,3	15,8	14,1	12,0	10,0	8,16	7,07	5,77
3	10,0	7,94	6,93	6,30	5,85	5,23	4,64	4,05	3,68	3,22
4	5,62	4,73	4,27	3,98	3,76	3,46	3,16	2,86	2,66	2,40
5	3,98	3,47	3,20	3,02	2,89	2,70	2,51	2,32	2,19	2,02
6	3,16	2,82	2,63	2,51	2,42	2,29	2,15	2,01	1,92	1,79
7	2,68	2,43	2,29	2,20	2,13	2,03	1,93	1,82	1,75	1,65
8	2,37	2,17	2,07	1,99	1,94	1,86	1,78	1,69	1,63	1,55
9	2,15	1,99	1,90	1,85	1,80	1,74	1,67	1,59	1,54	1,48
10	1,99	1,86	1,79	1,74	1,70	1,64	1,58	1,52	1,48	1,42
11	1,87	1,76	1,70	1,65	1,62	1,57	1,52	1,46	1,43	1,38
12	1,78	1,68	1,62	1,58	1,56	1,51	1,47	1,42	1,39	1,34
13	1,70	1,61	1,56	1,53	1,50	1,46	1,43	1,38	1,35	1,31
14	1,64	1,56	1,51	1,48	1,46	1,43	1,39	1,35	1,32	1,28
15	1,58	1,51	1,47	1,44	1,42	1,39	1,36	1,32	1,30	1,26
16	1,54	1,47	1,44	1,41	1,39	1,36	1,33	1,30	1,28	1,25
17	1,50	1,44	1,41	1,38	1,37	1,34	1,31	1,28	1,26	1,23
18	1,47	1,41	1,38	1,36	1,34	1,32	1,29	1,26	1,24	1,22
19	1,44	1,39	1,36	1,34	1,32	1,30	1,27	1,25	1,23	1,20
20	1,41	1,36	1,34	1,32	1,30	1,28	1,26	1,23	1,22	1,19
21	1,39	1,34	1,32	1,30	1,29	1,27	1,25	1,22	1,20	1,18
22	1,37	1,33	1,30	1,29	1,27	1,25	1,23	1,21	1,19	1,17
23	1,35	1,31	1,29	1,27	1,26	1,24	1,22	1,20	1,19	1,16
24	1,33	1,30	1,27	1,26	1,25	1,23	1,21	1,19	1,18	1,16
25	1,32	1,28	1,26	1,25	1,24	1,22	1,20	1,18	1,17	1,15
26	1,30	1,27	1,25	1,24	1,23	1,21	1,19	1,18	1,16	1,14
27	1,29	1,26	1,24	1,23	1,22	1,20	1,19	1,17	1,16	1,14
28	1,28	1,25	1,23	1,22	1,21	1,19	1,18	1,16	1,15	1,13
29	1,27	1,24	1,22	1,21	1,20	1,19	1,17	1,16	1,14	1,13
30	1,26	1,23	1,21	1,20	1,19	1,18	1,17	1,15	1,14	1,12
31	1,25	1,22	1,21	1,19	1,19	1,17	1,16	1,15	1,13	1,12
32	1,24	1,21	1,20	1,19	1,18	1,17	1,15	1,14	1,13	1,12
33	1,23	1,21	1,19	1,18	1,17	1,16	1,15	1,14	1,13	1,11
34	1,23	1,20	1,19	1,18	1,17	1,16	1,15	1,13	1,12	1,11
35	1,22	1,19	1,18	1,17	1,16	1,15	1,14	1,13	1,12	1,11
36	1,21	1,19	1,18	1,17	1,16	1,15	1,14	1,12	1,11	1,10
37	1,21	1,18	1,17	1,16	1,15	1,14	1,13	1,12	1,11	1,10
38	1,20	1,18	1,17	1,16	1,15	1,14	1,13	1,12	1,11	1,10
39	1,19	1,17	1,16	1,15	1,15	1,14	1,13	1,11	1,11	1,09
40	1,19	1,17	1,16	1,15	1,14	1,13	1,12	1,11	1,10	1,09
41	1,18	1,16	1,15	1,14	1,14	1,13	1,12	1,11	1,10	1,09
42	1,18	1,16	1,15	1,14	1,13	1,13	1,12	1,11	1,10	1,09
43	1,17	1,16	1,14	1,14	1,13	1,12	1,11	1,10	1,10	1,08
44	1,17	1,15	1,14	1,13	1,13	1,12	1,11	1,10	1,09	1,08
45	1,17	1,15	1,13	1,13	1,12	1,12	1,11	1,10	1,09	1,08
46	1,16	1,14	1,13	1,13	1,12	1,11	1,11	1,10	1,09	1,08
47	1,16	1,14	1,13	1,12	1,12	1,11	1,10	1,09	1,09	1,08
48	1,15	1,14	1,13	1,12	1,12	1,11	1,10	1,09	1,08	1,08
49	1,15	1,14	1,12	1,12	1,11	1,11	1,10	1,09	1,08	1,07
50	1,15	1,13	1,12	1,12	1,11	1,10	1,10	1,09	1,08	1,07

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Учебная

1. **Корнышев Ю. Н., Мамонтова Н. П.** Задачник по теории телефонных и телеграфных сообщений. — Одесса: ОЭИС, 1974. — 135 с.
2. **Корнышев Ю. Н.** Потоки вызовов и нагрузка. — Одесса: ОЭИС, 1975. — 36 с.
3. **Лившиц Б. С., Фидлин Я. В., Харкевич А. Д.** Теория телефонных и телеграфных сообщений. — М.: Связь, 1971. — 304 с.
4. **Лившиц Б. С., Пшеничников А. П., Харкевич А. Д.** Теория телетрафика. — М.: Связь, 1979. — 224 с.
5. **Лившиц Б. С., Мамонтова Н. П.** Методические указания к курсовой работе по курсу теория телетрафика. — Л.: ЛЭИС, 1979. — 53 с.
6. **Мамонтова Н. П.** Методические указания к практическим занятиям по курсу теория телетрафика. — Л.: ЛЭИС, 1979. — 42 с.
7. **Проектирование** городских координатных автоматических телефонных станций/М. Ф. Копп, Ю. Н. Корнышев, З. С. Коханова и др. — М.: Связь, 1975. — 182 с.

Справочная

8. **Башарин Г. П.** Таблицы вероятностей и средних квадратических отклонений потерь на полнодоступном пучке линий. — М.: АН СССР, 1962. — 128 с.
9. **Ионин Г. Л., Седол Я. Я.** Таблицы вероятностных характеристик полнодоступного пучка при повторных вызовах. — М.: Наука, 1970. — 155 с.
10. **Корнышев Ю. Н., Шилов О. С.** Методы расчета коммутационных систем связи (справочные материалы). — Одесса: ОЭИС, 1975. — 44 с.
11. **Лившиц Б. С., Фидлин Л. В.** Системы массового обслуживания с конечным числом источников. — М.: Связь, 1968. — 167 с.
12. **Мамонтова Н. П.** Справочные материалы (таблицы). — Л.: ЛЭИС, 1970. — 68 с.
13. **Справочник** по вероятностным расчетам. — М.: Воениздат, 1966. — 535 с.
14. **Шнепс М. А.** Системы распределения информации. Методы расчета. — М.: Связь, 1979. — 344 с.

Дополнительная

15. **Ершов В. А.** Коммутация на интегральной цифровой сети связи. — М.: Связь, 1978. — 256 с.
16. **Ионин Г. Л., Седол Я. Я.** Статистическое моделирование систем телетрафика. — М.: Радио и связь, 1982. — 182 с.
17. **Корнышев Ю. Н.** Оптимизация проектных решений для сельских телефонных сетей. — М.: Радио и связь, 1983. — 135 с.
18. **Нейман В. И.** Структуры систем распределения информации. — М.: Связь, 1975. — 264 с.
19. **Теория** телетрафика/Х. Штермер, Э. Белендорф, Н. Бининда и др. — М.: Связь, 1971. — 320 с.
20. **Эллдин А., Линд Г.** Основы теории телетрафика. — М.: Связь, 1972. — 200 с.

Статьи

21. **Базлен Д., Камте Т., Лотце А.** Исследование звеньевых систем группового искания. — Экспресс информация. Передача информации, сентябрь, 1973, № 35.

22. **Зелинский А. М., Корнышев Ю. Н.** Две модели системы с повторными вызовами. — Электросвязь, 1978, № 1, с. 60—63.
23. **Корнышев Ю. Н.** Расчет полнодоступной системы с повторными вызовами. — Электросвязь, 1969, № 11, с. 65—72.
24. **Корнышев Ю. Н.** Построение равномерных неполнодоступных включений. — Электросвязь, 1971, № 7, с. 35—45.
25. **Корнышев Ю. Н.** Однолинейная система с повторными требованиями и предварительным обслуживанием. — Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1977, № 2, с. 83—88.
26. **Корнышев Ю. Н.** Обслуживание потока с простым последействием несколькими полнодоступными пучками с потерями. — Сб. трудов НИИТС, 1965, № 16, с. 10—22.
27. **Корнышев Ю. Н., Чумак Н. А.** Исследование законов распределения длительностей занятия приборов АТС. — В кн.: Методы и структуры систем телетрафика. — М.: Наука, 1979, с. 157—167.
28. **Лившиц Б. С., Соколов В. А.** Исследование абонентской и межстанционной нагрузки на ГТС. — Электросвязь, 1979, № 2, с. 29—34.
29. **Лотце А.** Оптимальные многокаскадные коммутационные схемы. — В кн.: Вероятностные задачи в структурно-сложных системах коммутации. — М.: Наука, 1969, с. 49—56.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Алгоритм вычисления 97
Асимметрия нагрузки 110

Бином Ньютона 67
Блокировка выхода внутренняя 129

Вершина графа 130
Включение неполнодоступное 106
— — идеально-симметричное 120
— — ступенчатое 107, 117
— — перехваченное 109
— — прямое 109
— — равномерное 107, 115
— — со сдвигом 110
— полнодоступное 64
Вероятность потери вызова 44, 70, 75
— — — первичного 44, 95
— — — повторного 44, 95
— — сообщения 44, 45, 95
— потерь по времени 44, 69, 75
— — по нагрузке 44, 76
— ожидания 45, 86, 88
Время обслуживания 29
— — детерминированное 29
— — случайное 29
— — показательное 29, 84
— — постоянное 29, 90
Вызов 9
— задержанный 9
— контрольный 51
— неординарный 22
— обслуженный 9
— первичный 9
— повторный 9
— потерянный 9

Гистограмма 29
Граф 130
— вероятностный 130
— состояний 94
— типа П 139
— типа Н 139
Группа нагрузочная 106

Дисперсия интенсивности нагрузки 42
— нагрузки 42, 73
— показательного распределения 17
— числа вызовов в промежутке 19
Дисциплина обслуживания 4, 38
— — без потерь 38
— — с ожиданием 38
— — с повторением 39
— — с потерями комбинированными 39
— — — условными 38
— — — явными 38
Длина очереди средняя 45, 88, 95
Длительность занятия 51
— разговора 51
— ожидания средняя 88
Доступность 106
— максимальная 148
— минимальная 147
— переменная 147
— средняя 147, 148
— эффективная 147
Дуга графа 130

Единица времени условная 31

Задача анализа 5
— оптимизации 5
— синтеза 5
Закон распределения длительности ожидания 90, 91
— — вероятностей 11
— — — гиперэкспоненциальный 35
— — — гиперэрланговский 35
— — — комбинированный показательный 34
— — — показательный 17, 19, 25, 30
— — — экспоненциальный 17
— — — эрланговский 33
— — — — обобщенный 34

Занятие 10, 49
— равновероятное 71, 78
— фиксированных выходов 78
— упорядоченное 71, 78

Интенсивность источника вызовов 24, 26, 77
— нагрузки 40
— — обслуженной 70, 75, 77, 87
— — расчетная 48
— — поступающей 75
— — потенциальной 71, 76, 77
— повторения вызовов 93
— потока 13
— — мгновенная 13
— — средняя 13
Интерполяция 71, 75
Использование линии 45, 72, 123
Источник вызовов 9, 24, 26, 77
— сообщений 10

Категории источников вызовов 55
Качество обслуживания 4
Колебания интенсивности нагрузки 48, 60
Комбинаторика 6
Коэффициент концентрации нагрузки 49
— оптимизирующий 109, 117
— полезного действия станции 51, 52
— распределения нагрузки 58
— тяготения 59
— уплотнения 107
Кривые Берке 91
— Кроммелина 90

Линии промежуточные 128

Макросостояние системы 7
Матрица связности 111
Метод аналитический 7, 119
— вероятностных графов 138
— инженерный 7, 121
— итерационный 7
— КЛИГС 148
— комбинаторный 135
— контрольных вызовов 51
— Лотце 148
— моделирования статистического 8
— подбора 122
— постепенных приближений 121, 124
— рекуррентный 7
— численный 7
— эффективной доступности 147
Микросостояние системы 7
Моделирование статистическое 8

Нагрузка 40
— внутристанционная 57, 58
— входящая 57, 58
— избыточная 42
— исходящая 56, 57, 58
— дополнительная 43, 52
— обслуженная 40
— ожидания 43
— поступающая 42
— потенциальная 42
— потерянная 42
— фиктивная 121, 149
Наклон цилиндра 110
Настойчивость источника 93

Объединение потоков 19, 32
Ординарность потока 13
Освобождение 9
Очередь 39

Параметр наклона цилиндра 110, 113
— источника вызовов 24
— показательного распределения 17
— потока вызовов 13, 24, 32, 33
— — освобождений 30
— — повторных вызовов 26
Параметры структурные звеньевых схем 130
— — неполнодоступного включения 106
Период наибольшей нагрузки 46
Плотность распределения вероятностей 17, 33, 34, 35
Последействие потока 12
Порядок обслуживания вызовов 4
Поток вызовов 9
— — детерминированный 9
— — неординарный 22
— — — пуассоновский 22
— — нестационарный 20
— — — с переменным параметром 20
— — — со случайным параметром 20
— — ординарный 13

— — Пальма 31
— — примитивный 24
— — прерывистый пуассоновский 35
— — простейший 14
— — пуассоновский 15
— — — с неординарными вызовами 22
— — — с условным параметром 23
— — рекуррентный 31
— — случайный 9
— — с последействием 12
— — — ограниченным 31
— — — простым 23
— — сглаженный 25
— — стационарный 12
— — чистой случайности 15
— — Эрланга 32
— однородных событий 9
— освобождений 9, 28
— с повторными вызовами 25
— сообщений 4, 9
Приемник вызовов 10
— сообщений 10
Приращение единичное 80, 124
— пропускной способности 81
Прогнозирование интенсивности нагрузки 54

Работа 41
Равновесие статистическое 65
Разделение потоков 19, 32
Распределение Бернулли 30, 67
— гиперэкспоненциальное 35
— гиперэрланговское 35
— интенсивности нагрузки 57
— комбинированное показательное 34
— показательное 17, 19, 25, 30
— Пуассона 67
— статистическое 21
— экспоненциальное 17, 29
— Энгсета 67, 74
— Эрланга второе 85
— — первое 67
— — третье 119
Режим переходный 65
— установившийся 65
Ряд Маклорена 67

Система распределения информации 4
— обслуживания 4
Сообщение 9
— задержанное 9
— обслуженное 9
— потерянное 9
— — условно 9
Соотношение рекуррентное 66, 85
Состояние системы 7, 64, 84, 93, 119
— насыщения 44, 101
— статистического равновесия 65
Спектр занятий 51
Способ задания потоков 10
Способность пропускная системы 45, 79
— — отдельных выходов 71
Стационарность потока 12

Уравнение Колмогорова—Чепмена 64
Условие нормировочное 66, 85, 98
— оптимальности матрицы 111

Формула О'Делла 122
— Пальма—Якобеуса 121
— Полячека—Хинчина 92
— Пуассона 15
— Энгсета 75
— Эрланга вторая 87
— — первая 69
Функция потока ведущая 13

Характеристики качества обслуживания 4, 43, 68, 74, 95
— простейшего потока 19

Циклосхема 110, 117
Цилиндр 110

Час наибольшей нагрузки 46
Часозанятие 41

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3
Введение 4
Глава 1. **Потоки вызовов** 9
1.1. Основные положения 9
1.2. Свойства и характеристики потоков вызовов 12
1.3. Простейший поток вызовов 14
1.4. Свойства и характеристики простейшего потока 17
1.5. Нестационарный пуассоновский поток 20
1.6. Стационарный поток без последействия 22
1.7. Поток с простым последействием 23
1.8. Примитивный поток 24
1.9. Сглаженный поток 25
1.10. Поток с повторными вызовами 26
1.11. Поток освобождений 28
1.12. Поток с ограниченным последействием 31
Глава 2. **Нагрузка и характеристики качества обслуживания** . . . 38
2.1. Дисциплины обслуживания 38
2.2. Нагрузка, работа и их виды 40
2.3. Характеристики качества обслуживания 43
2.4. Изменение интенсивности нагрузки во времени 45
2.5. Виды занятий и их продолжительность 49
2.6. Прогнозирование интенсивности абонентской нагрузки 54
2.7. Распределение интенсивности нагрузки внутри и между станциями 57
2.8. Колебания интенсивности нагрузки по абонентским группам . . 60
Глава 3. **Полнодоступная система с явными потерями** 64
3.1. Обслуживание потока с простым последействием 64
3.2. Первое распределение Эрланга и характеристики качества обслуживания 68
3.3. Распределение Энгсета и характеристики качества обслуживания 74
3.4. Распределение вероятностей занятия фиксированных выходов . . 78
3.5. Анализ пропускной способности полнодоступной системы с явными потерями 79
Глава 4. **Полнодоступная система с ожиданием** 84
4.1. Простейший поток. Показательное время обслуживания 84
4.2. Характеристики качества обслуживания 86
4.3. Простейший поток. Постоянное время обслуживания 90
Глава 5. **Полнодоступная система с повторением** 93
5.1. Основная математическая модель 93
5.2. Характеристики качества обслуживания 95
5.3. Вычислительный алгоритм 97
5.4. Основные функциональные зависимости 100
Глава 6. **Неполнодоступная система с явными потерями** 106
6.1. Структура неполнодоступного включения 106
6.2. Оптимальные схемы неполнодоступных включений 110
6.3. Построение таблиц цилиндров 113
6.4. Практическое построение схем НВ 115
6.5. Аналитический метод расчета неполнодоступных систем 119
6.6. Инженерные методы расчета неполнодоступных систем 121
Глава 7. **Звеньевые системы с явными потерями** 128
7.1. Общие сведения 128
7.2. Графы возможных соединительных путей 129
7.3. Структуры и параметры звеньевых схем 130
7.4. Распределение числа занятых линий в блокируемом пучке . . . 134
7.5. Комбинаторный метод Якобеуса 135
7.6. Метод вероятностных графов 138
7.7. Расчет квазиэлектронных коммутационных полей 142
7.8. Метод эффективной доступности 147
Приложение 151
Список литературы 179
Предметный указатель 181

45 к.

ТЕОРИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ

«Радио и связь»